

تحلیل سه بعدی لرزه‌ی نامتقارن لوله‌های مدفون با در نظر گرفتن لغزش لوله نسبت به خاک

یحیی نصیرا (دانشجوی دکتری)

حسین رجایی* (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

در این نوشتار، رفتار لرزه‌ی لوله‌های مدفون در برابر ارتعاشات ناشی از امواج صفحه‌ی مورد بررسی قرار گرفته است. مدل به‌کار گرفته شده در این تحقیق با فرض نداشتن اتصال کامل و صلب بین لوله و خاک، با منظور کردن میرایی لزجی برای لغزش ایجاد شده است. لوله‌ی کشسان به‌طول بی‌نهایت در محیط هموزن و کشسان خاک در نظر گرفته شده است. برای تحلیل سیستم ترکیبی خاک و لوله‌ی مدفون، از روش کشسانی سه بعدی استفاده شده و معادلات به‌صورت تحلیلی حل و با روش اجزاء محدود ارزیابی شده‌اند. در ادامه، مقادیر دامنه‌ی بیشینه و بحرانی موج ورودی برای شروع لغزش و تسلیم خاک ارائه و تأثیر لغزش و نوع خاک بر تنش‌های ایجاد شده ارزیابی شده‌اند.

yahya_nassira@yahoo.com
rajaieh@aut.ac.ir

واژگان کلیدی: لوله‌ی مدفون، لغزش، حل تحلیلی، کشسانی سه بعدی.

۱. مقدمه

پارامترهای مؤثر بر رفتار لوله‌های مدفون می‌شود. [۱-۱۵] در تمامی مقالات ارائه شده با استفاده از روش تحلیلی، مدل‌سازی خاک با استفاده از کشسانی سه بعدی انجام شده است؛ لیکن برای مدل‌سازی لوله و نحوه‌ی ارتباط خاک با آن، روش‌ها و فرضیات متفاوتی به‌کار رفته است.

در برخی پژوهش‌ها برای ارزیابی اندرکنش سازه و خاک با در نظر گرفتن لغزش طولی لوله در طی زلزله، از مدل تیر برای لوله و کشسانی سه بعدی برای مدل‌سازی خاک اطراف استفاده شده است، [۱۱، ۱۲] لیکن این مدل توانایی چندانی در نمایش رفتار واقعی لوله نداشتند است. [۱۳] در تحقیقات بعدی با استفاده از مدل پوسته به‌جای مدل تیر و به‌کارگیری کشسانی سه بعدی برای خاک اطراف، مدل‌های کامل‌تری ارائه شد. در عمده‌ی این تحقیقات تحلیل در حالت ۲ بعدی، متقارن و با صرف‌نظر کردن از لغزش بین لوله و خاک انجام شد. [۱۴-۱۶] براساس مرور مطالعات صورت‌گرفته، در کامل‌ترین پژوهش انجام شده در این زمینه، [۱۵] با استفاده از مدل پوسته برای لوله، کشسانی سه بعدی برای خاک اطراف، فرض عدم تقارن و وجود لغزش بین لوله و خاک، به تحلیل سیستم لوله و خاک پرداخته شده است؛ و مدل‌سازی لغزش در این پژوهش با فرض ساده‌کننده‌ی ضریب میرایی ثابت برای لغزش انجام و اهمیت و تأثیر لغزش بر پاسخ دینامیکی لوله ارائه شده است. از طرفی با توجه به استفاده از تئوری پوسته برای مدل‌سازی لوله‌ی مدفون، محدودیت‌هایی برای نتایج این روش ایجاد شده است، زیرا که عموماً به‌دلیل نزدیکی تحلیل لوله‌های مدفون و تونل‌ها، ارائه‌ی روشی که بتواند لوله‌های ضخیم (شامل لوله‌ی مدفون، تونل، و...) را مدل کند؛ می‌تواند کمک قابل ملاحظه‌ی به گسترش روش‌های تحلیل و طراحی کند. در این پژوهش با استفاده از روش کشسانی سه بعدی برای خاک و لوله، رفتار لوله در برابر

تأسیسات شریان‌های حیاتی به‌علت گستردگی در مقایسه با ابئیه متعارف و خدمت‌رسانی به طیف وسیعی از جامعه اهمیت ویژه‌ی دارند. خرابی آنها در هنگام وقوع زلزله، عواقب مستقیم و غیرمستقیم وسیع‌تری را نسبت به خرابی سازه‌های متعارف در پی دارد؛ لذا ارزیابی عملکرد آنها نسبت به سازه‌های متعارف حساسیت و اهمیت بیشتری دارد. به‌طور کلی در گذشته تصور بر این بود که سازه‌های زمینی نسبت به سازه‌های زیرزمینی در برابر زلزله آسیب‌پذیرترند.

لیکن در زلزله‌های اخیر کوبه (۱۹۹۵)، [۱۷] چی چی (۱۹۹۹)، [۱۸] و ترکیه (۱۹۹۹) خرابی‌های گسترده‌ی در لوله‌های مدفون و تونل‌ها ایجاد شد و نشان داد که در این زمینه، نیاز به تحقیقات گسترده‌تر جهت اصلاح روش‌های تحلیل و طراحی است. لوله‌های مدفون عموماً با روش‌های محافظه‌کارانه در مقابل بارهای لرزه‌ی تحلیل و طراحی می‌شوند. [۶] به‌دلیل هندسه و پیچیدگی مصالح، اندرکنش سازه و خاک و وجود امواج لرزه‌ی در جهات مختلف، در تعدادی از تحقیقات ارائه شده از روش‌های عددی مانند اجزاء محدود، المان‌های مرزی و یا ترکیبی از این دو روش استفاده شده است. [۸-۶] پیچیدگی مدل‌سازی اندرکنش لوله و خاک با در نظر گرفتن اثر لغزش و آنالیز حساسیت پارامترهای مؤثر بر رفتار لوله از نقاط ضعف روش‌های عددی است. [۹] یکی از روش‌های موفق مورد استفاده برای تحلیل لرزه‌ی سازه‌های استوانه‌ی مدفون مانند لوله‌ها و تونل‌ها، روش تحلیلی است. [۹] در این روش رفتار لوله و خاک به‌صورت کشسان در نظر گرفته شده است و به‌دلیل مشاهده‌ی مستقیم تأثیر خواص مصالح و مشخصات لوله و محیط اطراف، منجر به سادگی آنالیز حساسیت

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۶/۲۱، اصلاحیه ۱۳۸۹/۱۲/۳، پذیرش ۱۳۹۰/۳/۱۸.

روش حل معادله‌ی ناویه، استفاده از روش تجزیه‌ی هلمولتز است (رابطه‌ی ۲).

$$\mathbf{u} = \nabla\varphi + \nabla \times \mathbf{H} \quad (2)$$

که شرط این روش تجزیه برقراری رابطه‌ی ۳ است:

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = F(r, \theta, z, t) \quad (3)$$

که در این رابطه φ و \mathbf{H} توابع پتانسیل اسکالر و برداری و F یک تابع وابسته است که می‌توان مقدار آن را صفر در نظر گرفت. با اعمال رابطه‌ی تجزیه‌ی هلمولتز در معادله‌های ناویه، معادلات اسکالر و برداری موج به صورت رابطه‌های ۴ و ۵ به دست می‌آیند:

$$(C_p^p)^2 \nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (4)$$

$$(C_p^p)^2 \nabla^2 \mathbf{H} = \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (5)$$

که در آن‌ها $C_p^p = \sqrt{\mu_p/\rho_p}$ و $C_s^p = \sqrt{(\lambda_p + 2\mu_p)/\rho_p}$ به ترتیب نمایشگر سرعت انتشار امواج انبساطی (موج P) و چرخشی (موج S) در جامدات هستند. در این تحقیق موج ورودی به صورت موج صفحه‌یی با دامنه‌ی ارتعاشی U_i که در صفحه‌ی $X-Z$ منتشر می‌شود، در نظر گرفته شده است (رابطه‌ی ۶).

$$u_i = U_i e^{i(\omega t - k_i^s r \sin \phi_s \cos \theta - z k_i^s \cos \phi_s)} \quad (6)$$

در این رابطه ω سرعت زاویه‌یی و $i = \sqrt{-1}$ و $k_i^s = \omega/C_s^p$ عدد موج ورودی است. همچنین $C_s^s = \sqrt{(\lambda_s + 2\mu_s)/\rho_s}$ سرعت انتشار موج طولی در خاک برحسب ثابت‌های لانه‌ی خاک و همچنین چگالی آن است.

۲.۳. معادله‌های تغییرمکان و تنش

با اعمال روش جداسازی متغیرها به معادله‌ی موج ۴ و با منظورکردن معادله‌ی ۶، جواب‌های عمومی معادله به صورت رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌شوند.

$$u_r^p = \begin{pmatrix} A_1^p \left(\frac{n}{r} J_n(q_1^p r) - q_1^p J_{n+1}(q_1^p r) \right) + A_2^p (k_i^p \cos \phi_p) J_{n+1}(q_s^p r) + A_3^p \frac{n}{r} J_n(q_s^p r) + B_1^p \left(\frac{n}{r} Y_n(q_1^p r) - q_1^p Y_{n+1}(q_1^p r) \right) + B_2^p (k_i^p \cos \phi_p) Y_{n+1}(q_s^p r) + B_3^p \frac{n}{r} Y_n(q_s^p r) \end{pmatrix} \begin{cases} \cos n\theta \\ \sin n\theta \end{cases} e^{i(\omega t - z k_i^p \cos \phi_p)} \quad (7)$$

$$u_\theta^p = \begin{pmatrix} -\frac{n}{r} J_n(q_1^p r) A_1^p + (q_s^p A_2^p + A_1^p k_i^p \cos \phi_p) J_{n+1}(q_s^p r) - A_3^p \frac{n}{r} J_n(q_s^p r) - \frac{n}{r} Y_n(q_1^p r) B_1^p + (q_s^p B_2^p + B_1^p k_i^p \cos \phi_p) Y_{n+1}(q_s^p r) - B_3^p \frac{n}{r} Y_n(q_s^p r) \end{pmatrix} \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases} e^{i(\omega t - z k_i^p \cos \phi_p)} \begin{cases} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{cases} \quad (8)$$

امواج ورودی ارزیابی شده است. معادلات ناویه به منزله‌ی معادلات حاکم بر محیط در نظر گرفته شده است و با استفاده از تجزیه‌ی هلمولتز به ۲ معادله‌ی موج تفکیک شده‌اند. در ادامه، با تبدیل معادلات ناویه به معادلات پتانسیل حاکم بر محیط خاک و لوله، معادلات حاصل با استفاده از روش جداسازی حل شده‌اند. در این نوشتار، لوله‌ی کشسان با طول بی‌نهایت در داخل محیط کشسان خاک فرض شده و لغزش بین لوله و خاک با استفاده از مدل میرایی لزجی در نظر گرفته شده است. ثابت میرایی لغزش، تابع دامنه‌ی موج ورودی منظور شده و در نتیجه منجر به کامل‌تر شدن این روش نسبت به سایر روش‌ها [۱۵، ۱۱، ۱۲] شده است.

در این پژوهش، استفاده از کشسانی سه بعدی برای مدل‌سازی لوله‌ی مدفون منجر به توسعه‌ی روشی برای تحلیل لوله‌های ضخیم (تونل‌ها) شده است. تحلیل در حالت نامتوازن انجام شده و نتایج بر روی هر قسمت از لوله و یا محیط اطراف قابل ارائه است. در ادامه در بخش دوم و سوم مبانی مدل‌سازی، تحلیل، معادله‌های تغییرمکان و شرایط مرزی آورده شده است. در بخش چهارم مدل با روش اجزاء محدود ارزیابی و سپس در بخش پنجم یک مثال متداول از لوله‌های جدار نازک (ابعاد متداول شرکت نفت ایران) و یک لوله‌ی ضخیم با ابعاد متداول تونل تحلیل شده است. نهایتاً در بخش ششم نتیجه‌گیری و ماحصل این نوشتار مورد بحث قرار گرفته است.

۲. مدل‌سازی

برای مدل‌سازی مسئله، سیستم کویل لوله و خاک در نظر گرفته شده است (شکل ۱). در این سیستم لوله به طول بی‌نهایت در محیط خاک در معرض موج ورودی صفحه‌یی قرار گرفته، و شرط لغزش بین لوله و خاک اطراف با در نظر گرفتن مدل اصطکاک لغزشی کولمب و با استفاده از مدل میرایی لزجی مدل شده است.

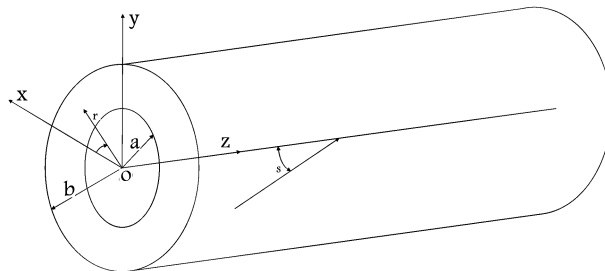
۳. روش تحلیلی

۳.۱. مبانی و مفاهیم اولیه

معادلات دینامیکی حرکت در غیاب نیروهای اینرسی برای اجسام کشسان خطی برحسب مؤلفه‌های تغییرمکان یا به عبارت دیگر معادلات ناویه در شکل برداری به صورت رابطه‌ی ۱ است:

$$\rho_p \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mu_p \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda_p + \mu_p) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (1)$$

در این رابطه، ρ_p چگالی لوله، λ_p و μ_p ثابت‌های لانه و ∇^2 اپراتور لاپلاسین است. زیرنویس p در این رابطه، نشان‌دهنده‌ی پارامترهای مربوط به لوله است. عمومی‌ترین



شکل ۱. هندسه‌ی لوله‌ی مدفون.

برشی ناشی از موج ورودی $\sigma_{r\theta}^p|_{r=b}$ و $\sigma_{rz}^p|_{r=b}$ باشد، رخ می‌دهد. لغزش یا حرکت نسبی تا زمانی که مقدار تنش‌های ناشی از ارتعاش از τ_s (مقاومت برش خاک) بیشتر باشد، ادامه پیدا می‌کند؛ لیکن با کم‌تر شدن مقدار آنها از τ_s لغزش متوقف می‌شود. این روند لغزش و عدم لغزش در طول یک ارتعاش بارها اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر، جواب‌های حاصل از حل معادلات حاکم مستقل از بارگذاری نیستند. یقیناً حالت لغزش و عدم لغزش در مدت زمان طولانی اتفاق می‌افتد و به راحتی قابل پیش‌بینی نیست. اگر تنش اصطکاکی خیلی کمتر از تنش برشی ناشی از بارگذاری (موج ورودی) باشد، می‌توان با استفاده از مدل میرایی لزجی، میرایی کولمب را مدل‌سازی کرد.^[۱۰]

برای اغلب مسائل دینامیکی، تنش اصطکاکی وابسته به نرخ زمانی لغزش است و می‌توان آن را با سیستم میرایی لزجی مدل‌سازی کرد. این موضوع را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۶ نشان داد:

$$\begin{aligned} \sigma_{r\theta}^p &= \frac{\tau_s}{\pi\omega U_\theta} (\dot{u}_\theta^s + \dot{u}_\theta^i - \dot{u}_\theta^p) \quad \text{at } r = b \\ \sigma_{rz}^p &= \frac{\tau_s}{\pi\omega U_z} (\dot{u}_z^s + \dot{u}_z^i - \dot{u}_z^p) \quad \text{at } r = b \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن $\tau_s/\pi\omega U_z$ و $\tau_s/\pi\omega U_\theta$ ثابت میرایی معادل تنش اصطکاکی $u_z^s + u_z^i - u_z^p$ و $u_\theta^s + u_\theta^i - u_\theta^p$ هستند. $\sigma_{rz}^p|_{r=b}$ و $\sigma_{r\theta}^p|_{r=b}$ و بنابراین تغییرمکان ناشی از لغزش را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۷ نوشت:

$$\begin{aligned} u_\theta^s + u_\theta^i - u_\theta^p &= U_\theta e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p + \phi_\theta)} = \\ & \sum_{n=1}^{\infty} U_\theta \left(e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p + \phi_\theta)_n} \right) \sin n\theta \\ u_z^s + u_z^i - u_z^p &= U_z e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p + \phi_z)} = \\ & \sum_{n=0}^{\infty} U_z \left(e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p + \phi_z)_n} \right) \cos n\theta \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن ϕ_θ و ϕ_z اختلاف فاز تغییرمکان ناشی از لغزش است و همین‌طور θ و ϕ_z برای هر عدد موج n هستند. لذا U_θ و U_z نیز دامنه‌ی تغییرمکان لغزش برای هر n هستند. لذا با استفاده از معادله‌ی ۱۷ و قراردادن آن در معادله‌ی ۱۶ می‌توان رابطه‌ی ۱۸ را نوشت:

$$\begin{aligned} \sigma_{r\theta}^p &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sigma_{r\theta}^p \right)_n e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p)} \sin n\theta = \\ & \frac{\tau_s}{\pi U_\theta} \sum_{n=1}^{\infty} U_\theta \left(e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p + \phi_\theta)_n} \right) \sin n\theta \quad \text{at } r = b \\ \sigma_{rz}^p &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sigma_{rz}^p \right)_n e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p)} \cos n\theta = \\ & \frac{\tau_s}{\pi U_z} \sum_{n=0}^{\infty} U_z \left(e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p + \phi_z)_n} \right) \cos n\theta \quad \text{at } r = b \end{aligned} \quad (18)$$

با استفاده از خاصیت تعامد توابع \sin و \cos ، این روابط را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۹ اصلاح کرد:

$$\begin{aligned} \left(\sigma_{r\theta}^p \right)_n &= \frac{\tau_s}{\pi U_\theta} U_\theta e^{i\phi_\theta}, \quad n = 1, 2, \dots \quad \text{at } r = b \\ \left(\sigma_{rz}^p \right)_n &= \frac{\tau_s}{\pi U_z} U_z e^{i\phi_z}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{at } r = b \end{aligned} \quad (19)$$

$$u_z^p = -i \left(\frac{(k_l^p \cos \phi_p) (A_l^p J_n(q_l^p r) + B_l^p Y_n(q_l^p r)) + q_s^p (A_l^p J_n(q_s^p r) + B_l^p Y_n(q_s^p r))}{\cos n\theta} \right) e^{i(\omega t - z k_l^p \cos \phi_p)} \left. \begin{matrix} \cos n\theta \\ \sin n\theta \end{matrix} \right\} \quad (9)$$

در این رابطه‌ها $q_s^p = \sqrt{(k_s^p)^2 - (k_l^p)^2 \cos^2 \phi_p}$ و $q_l^p = k_l^p \sin \phi_p$ و همچنین $k_s^p = \frac{\omega}{C_s^p}$ و $k_l^p = \frac{\omega}{C_l^p}$ و J_n و Y_n توابع بسل نویمان برای آرگومان حقیقی و I_n و K_n توابع بسل نویمان برای آرگومان موهومی‌اند. برای G_k^p و F_k^p برای $(k = 1, 2, 3, 4)$ ثابت‌اند. با استفاده از رابطه‌های تنش و کرنش می‌توان مقادیر تنش و کرنش متناظر این تغییرمکان‌ها را به دست آورد (پیوست الف). با تبدیل موج ورودی به فرم سری با استفاده از توابع بسل می‌توان رابطه‌ی ۱۰ را نوشت:

$$u_i = U_i e^{i(\omega t - z k_l^s \cos \phi_s)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(r k_l^s \sin \phi_s) \cos n\theta \quad (10)$$

و با تجزیه‌ی آن در دستگاه مختصات استوانه‌یی رابطه‌های ۱۱ الی ۱۳ نتیجه می‌شوند:

$$u_z^i = U_i \cos \phi_s e^{i(\omega t - z k_l^s \cos \phi_s)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n \cos n\theta J_n(r q_l^s) \quad (11)$$

$$u_r^i = U_i \sin \phi_s e^{i(\omega t - z k_l^s \cos \phi_s)} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{n} (-i)^{n-1} [J_{n-1}(r q_l^s) - J_{n+1}(r q_l^s)] \cos(n\theta) + \frac{\varepsilon_1}{1} (-i)^1 J_1(r q_l^s) \right\} \quad (12)$$

$$u_\theta^i = -U_i \sin \phi_s e^{i(\omega t - z k_l^s \cos \phi_s)} \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^{n-1} \frac{n}{r q_l^s} J_n(r q_l^s) \sin(n\theta) \quad (13)$$

در این روابط ε_n ضریب نویمان است. در هنگام انتشار موج به سمت خط لوله (شکل ۱) قسمتی از موج ورودی به سطح لوله‌ی مدفون منعکس و مابقی در داخل لوله منتشر می‌شود. بنابراین امواج رفت و برگشتی هر دو در خاک مؤثرند، لذا باید تأثیر برآیند هر دو را در نظر گرفت. مقادیر تنش‌های ناشی از موج ورودی در پیوست ب داده شده است.

۳.۳. شرایط مرزی

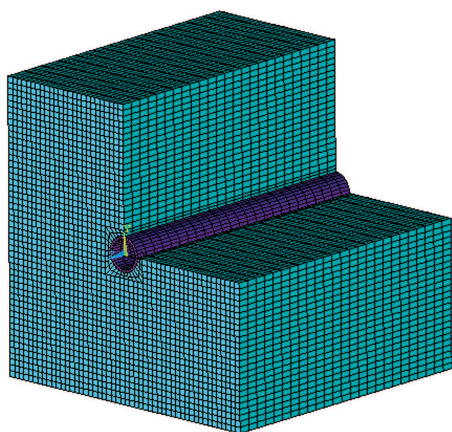
شرایط مرزی داخل لوله را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۴ نوشت:

$$\sigma_{rr}^p = \sigma_{r\theta}^p = \sigma_{rz}^p = 0 \quad \text{at } r = a \quad (14)$$

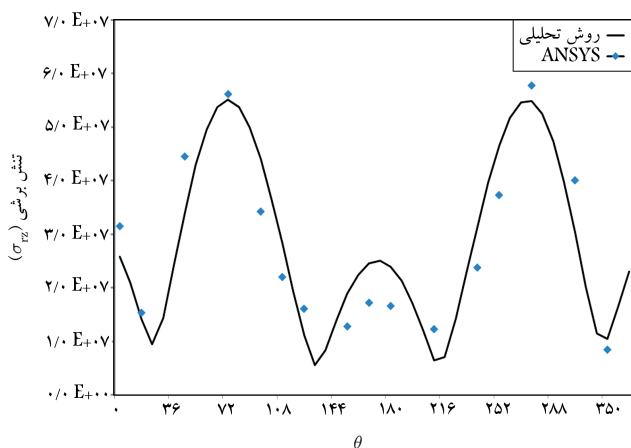
شرایط پیوستگی تنش در سطح لوله به صورت رابطه‌ی ۱۵ است:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^p &= \sigma_{rr}^s + \sigma_{rr}^i \quad \text{at } r = b \\ \sigma_{r\theta}^p &= \sigma_{r\theta}^s + \sigma_{r\theta}^i \quad \text{at } r = b \\ \sigma_{rz}^p &= \sigma_{rz}^s + \sigma_{rz}^i \quad \text{at } r = b \end{aligned} \quad (15)$$

در این تحقیق دو لغزش یکی در جهت طولی و دیگری در جهت محیطی در نظر گرفته و فرض شده است که لغزش در زمانی که مقاومت برشی خاک کمتر از تنش



شکل ۲. المان بندی لوله‌ی مدفون و خاک اطراف.



شکل ۳. مقایسه‌ی σ_{rz} برای روش تحلیلی و اجزاء محدود.

ورودی با محور لوله 30° درجه فرض شده است. مدل به ابعاد 100 متر طول، 30 متر عرض و 100 متر عمق در نظر گرفته شده که براساس پیشنهاد پژوهش‌های پیشین^[۱۷،۱۶] است. شرط مرزی در عمق 100 متری با فرض عدم تغییرمکان در جهت‌های x, y, z منظور شده است، لذا مقادیر تغییرمکان در گره‌های کف صفر است.

در ادامه، شرط میراکننده برای مرزهای دور در مدل اجزاء محدود توسط نرم‌افزار ANSYS لحاظ شده است. تنش‌های برشی σ_{rz} در مقطع لوله برای هر دو نوع تحلیل در شکل ۳ آورده شده است. نتایج نشان‌دهنده تطابق مناسب بین روش تحلیلی و اجزاء محدود است.

۵. نتایج عددی

تحلیل لوله‌های مدفون با استفاده از کشسانی سه بعدی این امکان را ایجاد می‌کند که پاسخ آن را در برابر امواج وارده برای هر نوع لوله با هر نوع ضخامت به دست آورد. در تحقیقات گذشته به دلیل استفاده از توری پوسته‌ها، امکان بررسی بر روی لوله‌های با ضخامت بیشتر (تونل‌ها) وجود نداشت؛ لیکن با این روش می‌توان لوله‌های ضخیم و تونل‌ها را نیز تحلیل کرد. در این قسمت مطالعات عددی و حل مثال‌هایی برای روابط محاسبه‌شده در قسمت قبل ارائه شده است. مشخصات لوله و خاک در نظر گرفته‌شده در این تحقیق به شرح جدول ۱ است.

با استفاده از رابطه‌های ۸، ۱۱، و ۱۷ اختلاف فازهای $(\phi_\theta)_n$ و $(\phi_z)_n$ دامنه‌های U_θ و U_z برای هر عدد موج محاسبه و در نهایت U_z و U_θ محاسبه می‌شود. این موضوع در تحقیقات قبلی^[۱۵] با فرض ساده‌کننده ثابت‌گرفتن ضریب میرایی حل شده بود، لیکن برای تکمیل محاسبات به صورت تابعی از دامنه‌ی موج ورودی در نظر گرفته شده است.^[۱۰] در نهایت آخرین شرط مرزی را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۲۰ نوشت:

$$u_r^p = u_r^s + u_r^i \quad \text{at } r = b \quad (20)$$

این شرط بیانگر فرض عدم جدایش در جهت شعاعی بین لوله و خاک است. در این معادلات به دلیل بیشتر بودن تعداد جملات نسبت به معادلات امکان حل وجود ندارد، لیکن در صورت توجه به نوع بارگذاری می‌توان به حل معادلات دست یافت. امواج منتشرشده به سمت لوله برای منبع ارتعاشی دور را می‌توان به صورت امواج صفحه‌یی در نظر گرفت. از طرفی با توجه به مطلب فوق امواج منعکس‌شده از لوله نیز به صورت امواج صفحه هستند، لذا باید جواب معادلات به شکل توابع همگن نوع دوم باشد؛ در نتیجه روابط ۲۱ باید برقرار شود.

$$B_1^s = -iA_1^s, \quad B_2^s = -iA_2^s, \quad B_3^s = -iA_3^s \quad (21)$$

در این رابطه‌ها مقادیر $B_1, B_2, B_3, A_1, A_2, A_3$ ثابت‌های معادلات دیفرانسیل تغییرمکان و تنش هستند که در پیوست الف داده شده‌اند. با استفاده از معادلات تنش به دست‌آمده از رابطه‌های ۷ تا ۹ و ۱۱ تا ۱۴ و نیز معادله‌های ۱۵ و ۱۹ تا ۲۱ می‌توان معادلات را به شکل ماتریسی رابطه‌ی ۲۲ نوشت:

$$M_{9 \times 9} * U = B \quad (22)$$

در این رابطه $M_{9 \times 9}$ ماتریس ضرایب (پیوست ج) و U بردار مجهولات (رابطه‌ی ۲۳) هستند.

$$U^T = \begin{Bmatrix} A_{1n}^p & A_{2n}^p & A_{3n}^p \\ B_{1n}^p & B_{2n}^p & B_{3n}^p \\ A_{1n}^s & A_{2n}^s & A_{3n}^s \end{Bmatrix} \quad (23)$$

و بردار B به صورت رابطه‌ی ۲۴ است:

$$B^T = \{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad b_4 \quad b_5 \quad b_6 \quad b_7 \quad b_8 \quad b_9 \} \quad (24)$$

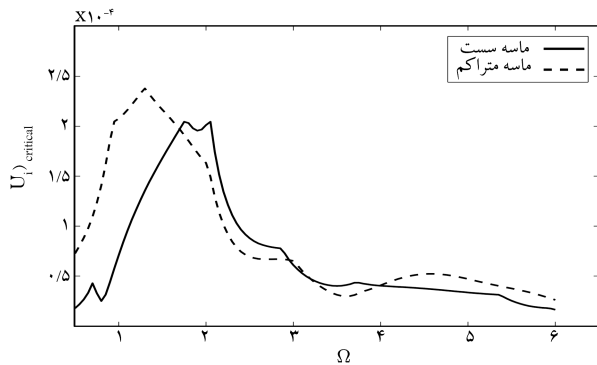
مؤلفه‌های بردار B برای مود زوج در پیوست ج داده شده است. با حل این ماتریس (رابطه‌ی ۲۳) و استفاده از معادلات تنش و کرنش مقادیر آنها در هر نقطه‌ی دلخواه محاسبه می‌شود.

۴. مقایسه‌ی مدل تحلیلی با مدل اجزاء محدود

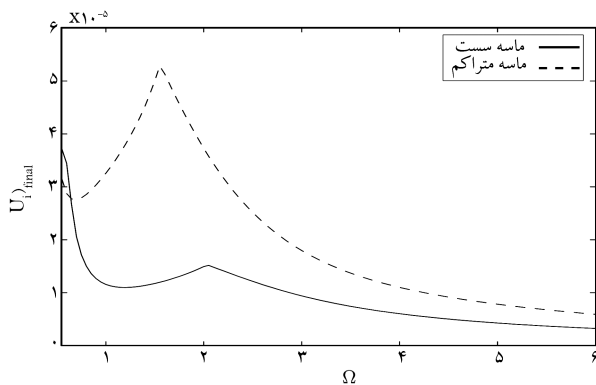
به جهت ارزیابی صحت روابط فوق، نتایج مدل تحلیلی با نتایج حاصل از روش اجزاء محدود مقایسه شده است. در شکل ۲ مدل لوله‌ی مدفون با استفاده از نرم‌افزار ANSYS در حالت سه بعدی و با فرض رفتار خطی و اتصال کامل بین لوله و خاک ارائه شده است. لوله‌ی بتنی به طول 30 متر با شعاع 5 متر و به ضخامت 1 متر در نظر گرفته شده و برای المان‌بندی از المان SOLID45 برای لوله و خاک استفاده شده است. دامنه‌ی موج هارمونیک ورودی برابر واحد و بسامد زاویه‌یی آن 390 رادیان بر ثانیه در نظر گرفته شده است. همچنین زاویه‌ی راستای انتشار موج

۱.۵. تأثیر دامنه‌ی موج ورودی

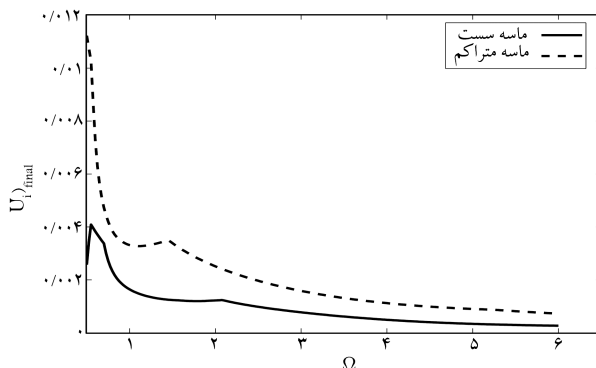
اصلی خاک در محل اتصال لوله و خاک با تنش تسلیم برابر شود. مقادیر U_i (final) U_i کمیته‌ی دامنه‌ی موج ورودی است که منجر به تسلیم بین لوله و خاک می‌شود. در شکل ۶ مقادیر U_i (final) در مقابل مقادیر بدون بعد بسامد طبیعی موج ورودی ترسیم شده است. برای هر دو نوع خاک متراکم و شل و برای $U_i < U_i$ (final) حل کشسان لوله و خاک صحیح است. مقاومت برشی برای خاک شل و متراکم به ترتیب ۱۸۶۹۱ پاسکال و ۲۹۸۹۱ پاسکال در نظر گرفته شده است. شکل‌های ۵ و ۷ نشان می‌دهند که عموماً تسلیم در سطح لوله و خاک، برای ماسه‌ی متراکم در دامنه‌ی موج ورودی کمتری ایجاد می‌شود.



شکل ۵. مقادیر بحرانی دامنه‌ی موج بحرانی برای لوله به قطر داخلی ۵٫۳۵ متر و قطر خارجی ۶ متر.



شکل ۶. مقادیر کمیته‌ی دامنه‌ی موج ورودی برای ایجاد رفتار غیرخطی برای لوله به قطر داخلی ۱۰۲۲/۰ متر و قطر خارجی ۱۱۲۲/۰ متر.



شکل ۷. مقادیر کمیته‌ی دامنه‌ی موج ورودی برای ایجاد رفتار غیرخطی برای لوله به قطر داخلی ۵٫۳۵ متر و قطر خارجی ۶ متر.

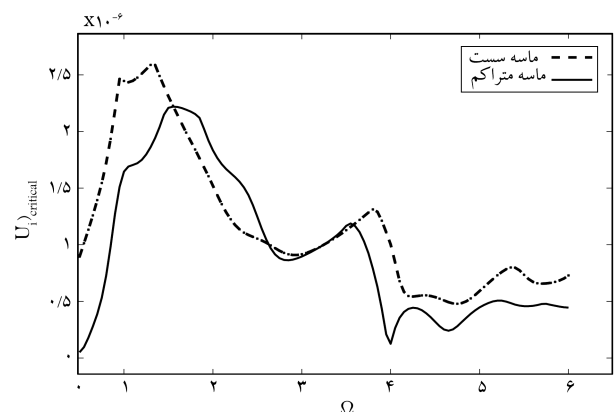
برای ارزیابی نتایج از لوله‌های استاندارد با قطر اسمی ۱۰/۶ میلی‌متر با ضخامت ۵ میلی‌متر استفاده شده است (شکل ۱). در شکل ۴، مقادیر دامنه‌ی بحرانی موج ورودی که منجر به شروع لغزش بین لوله و خاک می‌شود، نشان داده شده است. این مقادیر به صورت نمودار دامنه‌ی موج ورودی در برابر بسامدهای طبیعی ترسیم شده است. مشخصات مصالح از جدول ۱ استخراج شده و زاویه‌ی موج ورودی ϕ_s برابر با 30° و $\mu_s = 10^{-4}$ در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که در شکل ۴ ملاحظه می‌شود، کمیته‌ی دامنه‌ی موج ورودی برای شروع لغزش بین لوله و خاک تا بسامد طبیعی ۱/۸ برای ماسه‌ی متراکم کمتر از ماسه‌ی سست است، لیکن با افزایش بسامد طبیعی موج ورودی کمیته‌ی دامنه‌ی موج ورودی برای شروع لغزش در خاک متراکم بیشتر از خاک سست می‌شود. مجدداً با افزایش بسامد طبیعی موج ورودی پس از بسامد ۳/۶ روند اولیه برقرار می‌شود. لذا می‌توان نتیجه گرفت که به‌طور کلی کمیته‌ی دامنه‌ی موج ورودی برای آغاز لغزش لوله‌های جدار نازک در ماسه‌ی متراکم کمتر از ماسه‌ی سست است. در شکل ۵ نمودار مشابهی برای لوله‌ی ضخم (تونل) با قطر داخلی ۵٫۳۵ متر و قطر خارجی ۶ متر آورده شده است. استفاده از لوله‌ی ضخم برای نشان دادن قابلیت روش کشسانی سه بعدی برای تحلیل لوله‌هایی که نمی‌توان از روش پوسته برای تحلیل آنها استفاده کرد، صورت گرفته است. کمیته‌ی دامنه‌ی موج ورودی جهت آغاز لغزش برای لوله‌ی ضخم رفتار مشابهی با لوله‌های جدار نازک دارد. در نظر گرفتن شرط لغزش و با عدم لغزش تأثیر قابل ملاحظه‌ی در آنالیز تنش لوله دارد، لذا با استفاده از این گراف‌ها می‌توان وقوع لغزش بین لوله و خاک را پیش‌بینی و نوع تحلیل طراحی را برای لوله‌های موردنظر تعیین کرد.

براساس تئوری مور، تسلیم در خاک زمانی ایجاد می‌شود که بیشینه‌ی تنش

جدول ۱. مشخصات مصالح مورد استفاده.

مقاومت مصالح	ρ [kg/m ³]	ν	E [N/m ²]
لوله‌ی فلزی	۷۸۰۰	۰٫۳	2×10^{11}
لوله‌ی بتنی (تونل)	۲۵۰۰	۰٫۱۵	$2,34 \times 10^{10}$
ماسه‌ی سست	۱۶۵۰	۰٫۲۵	$1,9 \times 10^7$
ماسه‌ی متراکم	۱۹۵۰	۰٫۴	$5,2 \times 10^7$



شکل ۴. مقادیر بحرانی دامنه‌ی موج ورودی برای لوله به قطر داخلی ۱۰۲۲/۰ متر و قطر خارجی ۱۱۲۲/۰ متر.

جدول ۲. مقادیر σ_{θ}^p ، σ_{rz}^p و σ_{rn}^p در سطح داخل لوله برای $\alpha = 0.0508^\circ$ و $b = 0.06$.

θ	$\frac{ \sigma_{rn}^p _{r=a}}{\max \sigma_{rn}^p }$	$\frac{ \sigma_{rz}^p _{r=a}}{\max \sigma_{rz}^p }$	$\frac{ \sigma_{\theta}^p _{r=a}}{\max \sigma_{\theta}^p }$
5°	$2.78e-7$	$7e-8$	$1.3e-5$
15°	$3.4e-7$	$6e-8$	$1.1e-5$
25°	$4.1e-7$	$6.1e-8$	$8e-6$

جدول ۳. اختلاف بدون بعد شده‌ی تغییرمکان‌های شعاعی $\frac{|u_r^p - u_r^e - u_n^i|_{r=b}}{U_i}$ برای لوله و خاک در مقابل θ برای $\alpha = 0.0508^\circ$ و $b = 0.06$.

$\phi_s \setminus \theta$ [deg]	۵	۱۸۵	۳۰۵
3°	$8.65e-11$	$9.22e-11$	$3.06e-11$
5°	$6.48e-10$	$6.6e-10$	$2.22e-10$
7°	$1.48e-09$	$1.49e-09$	$5.15e-10$

منظورکردن مقدار ضریب میرایی در رابطه‌ی لغزش (معادله‌ی ۱۹) مقادیر تنش‌ها به‌طور قابل ملاحظه‌ی افزایش یافته و نتایج مشابهی به‌دست می‌آید. در جدول ۶، مقایسه‌ی تنش‌های طولی برای لوله‌ی ضخیم (تونل) انجام شده است. مطابق این جدول، مقادیر تنش‌ها در صورت لحاظکردن لغزش در لوله‌های ضخیم نیز به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد.

نوع خاک تأثیر قابل ملاحظه‌ی بر تنش‌های ایجادشده در لوله و خاک دارد. جدول‌های ۴ الی ۶ نشان‌دهنده‌ی افزایش تنش در لوله‌ی مدفون و تونل با افزایش تراکم خاک هستند.

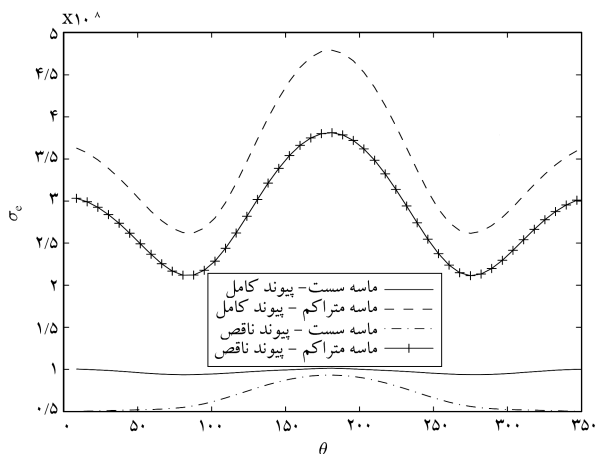
برای ارزیابی این تأثیر از تنش معادل $\sigma_e = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}$ به‌منزله‌ی معیاری جهت ارزیابی تأثیر خواص خاک و لغزش استفاده شده است. همان‌طورکه در شکل ۸ نشان داده شده است، تنش‌های ایجادشده در لوله برای ماسه‌ی متراکم در برابر موج ورودی مشابه به مراتب بیشتر از تنش‌های ایجادشده در ماسه‌ی سست است. علاوه‌بر این، تأثیر لغزش در تنش‌های ایجادشده برای خاک سست کمتر از

جدول ۵. مقایسه‌ی تنش‌های محیطی $(\sigma_{r\theta}^p)$ برای $\alpha = 0.0508^\circ$ و $b = 0.06$.

θ	بدون لغزش		با لغزش	
	ماسه‌ی متراکم	ماسه‌ی سست	ماسه‌ی متراکم	ماسه‌ی سست
5°	13.3	8.4	6.95	4.13
15°	11.9	6.8	6.41	5.43
25°	18.6	12.8	6.47	5.32
35°	7.8	4.3	6.84	4.42

جدول ۶. مقایسه‌ی تنش‌های طولی (σ_{rz}^p) برای $\alpha = 0.0508^\circ$ و $b = 6$ m.

θ	بدون لغزش		با لغزش	
	ماسه‌ی متراکم	ماسه‌ی سست	ماسه‌ی متراکم	ماسه‌ی سست
5°	5.81	3.59	1.69	1.15
15°	5.18	2.32	1.73	1.13
25°	6.94	4.91	1.71	1.16
35°	4.33	1.48	1.68	1.14



شکل ۸. تنش معادل در سطح لوله و خاک در برابر زاویه‌ی θ برای $\alpha = 0.0508^\circ$ و $b = 0.06$.

۲.۵. ارزیابی صحت نتایج

برای بررسی صحت و درستی روابط به‌دست‌آمده و محاسبه‌ی ضرایب مجهول، معادلات مقادیر قدرمطلق بدون بعد تنش‌ها در سطح داخلی لوله برای $U_i > U_i^{critical}$ و بسامد طبیعی $1/5$ در جدول ۲ آورده شده است. همان‌طورکه در جدول ۲ مشاهده می‌شود، مقادیر σ_{rz}^p ، $\sigma_{r\theta}^p$ ، σ_{rn}^p نسبت به مقادیر تنش‌های ناشی از موج ورودی بسیار ناچیز هستند. این روش مقایسه برای نشان‌دادن برقراری شرایط مرزی استفاده شده است. [۱۸] مقادیر قدرمطلق اختلاف تغییرمکان‌های شعاعی لوله و خاک در محیط لوله در جدول ۳ آورده شده است. این جدول تأییدکننده‌ی برقراری شرط مرزی در رابطه‌ی ۲۰ است.

۳.۵. تأثیر نوع خاک و لغزش

در نظرگرفتن لغزش بین لوله و خاک تأثیر قابل توجهی بر تنش‌های ایجادشده در لوله‌ی مدفون دارد. در جدول‌های ۴ و ۵ مقادیر تنش‌های برشی طولی و محیطی نسبت به تنش ناشی از موج ورودی در برابر θ ارائه شده است. نتایج تحلیل، نشان‌دهنده‌ی کاهش قابل ملاحظه‌ی تنش‌های σ_{rz}^p و $\sigma_{r\theta}^p$ در صورت لحاظکردن لغزش بین لوله و خاک است. در جدول ۴، نتایج حاصل از روش دیویدی و همکاران [۱۵] با نتایج به‌دست‌آمده از روش ارائه‌شده در این نوشتار مقایسه شده است. همان‌طورکه در این جدول نشان داده شده است، تنش‌های حاصل از روش دیویدی و همکاران بیشتر از مقادیر به‌دست‌آمده در این نوشتار است. این تفاوت را می‌توان ناشی از فرضیات استفاده‌شده برای ثابت میرایی در نوشتار فوق‌الذکر دانست، زیرا که با ثابت

جدول ۴. مقایسه‌ی تنش‌های (σ_{rz}^p) برای $\alpha = 0.0508^\circ$ و $b = 0.06$.

θ	بدون لغزش		با لغزش		دیویدی و همکاران	
	ماسه‌ی متراکم	ماسه‌ی سست	ماسه‌ی متراکم	ماسه‌ی سست	ماسه‌ی متراکم	ماسه‌ی سست
5°	6.62	3.42	1.91	1.35	2.87	1.64
15°	4.12	2.67	1.90	1.33	1.93	1.44
25°	4.76	3.71	1.87	1.31	2.14	1.78
35°	6.41	2.35	1.92	1.32	2.63	1.38

۲. امکان ایجاد لغزش بین لوله و خاک کاملاً به دامنه‌ی موج ورودی وابسته است و در صورت افزایش آن از مقدار خاصی براساس بسامد طبیعی موج، لغزش رخ می‌دهد.
۳. لحاظ لغزش بین لوله و خاک منجر به کاهش قابل ملاحظه‌ی تنش‌های ایجاد شده در لوله‌ی مدفون می‌شود. از آنجا که در طراحی لوله‌های مدفون و تونل‌ها، تحلیل لرزه‌یی تونل عموماً با استفاده از روش‌های محافظه‌کارانه انجام می‌شود؛ لذا استفاده از این روش تحلیل می‌تواند منجر به صرفه‌جویی اقتصادی مناسبی در طراحی این نوع از سازه‌های زیرزمینی شود.
۴. تراکم و نوع خاک تأثیر قابل ملاحظه‌یی بر تنش‌های ایجاد شده در لوله‌ی مدفون دارد و با افزایش تراکم خاک تنش در لوله به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. تأثیر لحاظ لغزش در خاک‌های متراکم بیشتر از خاک‌های سست است.

خاک متراکم است. لذا مشاهده می‌شود صرف‌نظرکردن از تأثیر لغزش در خاک‌های متراکم می‌تواند منجر به تقریب بیشتری در محاسبات و طراحی لوله‌های مدفون شود.

۶. نتیجه‌گیری

نتایج به‌دست‌آمده از این تحقیق عبارتند از:

۱. استفاده از روش کشسانی سه بعدی منجر به کامل‌تر شدن این روش نسبت به روش‌های مشابه می‌شود و امکان مدل‌سازی و تحلیل لوله‌های با ضخامت زیاد مانند تونل‌های زیرزمینی را نیز فراهم کند. لیکن از آنجا که این روش مبتنی بر فرض رفتار کشسان خاک و لوله‌ی مدفون است، لذا در این خصوص نمی‌توان در تحلیل‌های غیرخطی از این روش استفاده کرد.

منابع (References)

1. *EQE Summary Report*, Kobe Earthquake (17 January 1995).
2. Sinozuka, M., *The Hanshin-Awaji Earthquake of January 17, 1995, Performance of Lifelines*, NCEER-95-0015 (1995).
3. Chen, W.W.; Shih, B.J.; Chen, Y.C.; Hung, J.H. and Hwang, H.H. "Seismic response of natural gas and water pipelines in the Ji-Ji earthquake", *Soil Dyn Earthquake Engineering*, **22**(9-12), pp. 1209-1214 (2002).
4. Wang, W.L.; Wang, T.T.; Su, J.J.; Lin, C.H.; Seng, C.R. and Huang, T.H. "Assessment of damage in mountain tunnels due to the Taiwan Chi-Chi earthquake", *Soil Dyn. Earthquake Engineering*, **22**(9), pp. 73-96 (2002).
5. Uenishi, K.; Sakurai, S.; Uzarski S.M.J. and Arnold, C. "Chi-Chi Taiwan, earthquake of September 21, 1999", *Reconnaissance Report Earthquake Spectra*, **5**(19), pp. 153-173 (1999).
6. Hatzigeorgiou, G.D. and Beskos, D.E. "Soil-structure interaction effects on seismic inelastic analysis of 3-D tunnels", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **30**(9), pp. 851-861 (2010).
7. Stamos, A.A. and Beskos, D.E. "3-D seismic response analysis of long lined tunnels in half-space", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **15**(2), pp. 111-118 (1996).
8. Tadeu, A.; Mendes, P.A. and Antonio, J. "3D elastic wave propagation modeling in the presence of 2D fluid-filled thin inclusion", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **30**(3), pp. 176-193 (March 2006).
9. Datta, T.K. "Seismic response of buried pipelines: A state-of-the-art review", *Nuclear Engineering and Design*, **192**(2-3), pp. 271-284 (1999).
10. Akiyoshi, T. and Fuchida, K. "Soil-pipeline interaction through a frictional interface during earthquakes", *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **3**(1), pp. 27-34 (1984).
11. Akiyoshi, T. "The effect of ground movement on pipelines", pp. 495-537 (1983).
12. Mishra, B.K. and Upadhyay, P.C. "Dynamic response of buried pipelines an elasticity solution", *Journal Pressure Vessel Tech ASME*, **112**(3), pp. 291-295 (1990).
13. Chonan, S. "Dynamic response of a cylindrical shell imperfectly bonded to a surrounding continuum of infinite extent", *Journal of Sound and Vibration*, **78**(2), pp. 257-267 (1981).
14. Fu-Iu, M. and Xiaoming, Y. "Vibration of fluid-filled pipeline buried in soil", *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, **112**(4), pp. 386-391 (1990).
15. Dwivedi, J.P.; Singh, V.P. and Upadhyay, P.C. "Non-axisymmetric dynamic response of imperfectly bounded buried fluid-filled orthotropic cylindrical shells", *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, **118**, pp. 64-73 (1996).
16. Sedarat, H.; Kozak, A.; Hashash, Y.M.A.; Shamsabadi, A. and Krimotat, A. "Contact interface in seismic analysis of circular tunnels", *Tunnelling and Underground Space Technology*, **24**(4), pp. 482-490 (2009).
17. Gazetas, G.; Gerolymos, N. and Anastasopoulos, I. "Response of the three Athens metro underground structures in the 1999 Parnitha earthquake", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **25**, pp. 617-633 (2005).
18. Hutchinson, J.R. and El-Azhari, S.A. "Vibration of free hollow circular cylinder", *Journal of Applied Mechanics ASME*, **53**(3), pp. 641-646 (1986).

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^p = & \left\{ A_{\uparrow}^p \left[-\mu q_i^p \frac{J_{n+\downarrow}(q_i^p r)}{r} + \left(\mu \frac{n(n-\downarrow)}{r^{\uparrow}} - \lambda((q_i^p)^{\uparrow}) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + (k_i^p \cos \phi_p)^{\uparrow} \right) J_n(q_i^p r) \right] + B_{\downarrow}^p \left[-\mu q_i^p \frac{Y_{n+\downarrow}(q_i^p r)}{r} + \right. \\ & \left. \left(\mu \frac{n(n-\downarrow)}{r^{\uparrow}} - \lambda((q_i^p)^{\uparrow}) + (k_i^p \cos \phi_p)^{\uparrow} \right) \right) Y_n(q_i^p r) \right] + \\ & (n+\downarrow) k_i^p \cos \phi_p (A_{\uparrow}^p J_{n+\downarrow}(q_s^p r) + B_{\downarrow}^p Y_{n+\downarrow}(q_s^p r)) + \\ & A_{\uparrow}^p n \left(\frac{\downarrow-n}{r} J_n(q_s^p r) + q_s^p J_{n+\downarrow}(q_s^p r) \right) + B_{\downarrow}^p n \left(\frac{\downarrow-n}{r} Y_n(q_s^p r) + \right. \\ & \left. q_s^p Y_{n+\downarrow}(q_s^p r) \right) \left. \right\} \begin{cases} \cos n\theta \\ \sin n\theta \end{cases} e^{i(\omega t - z k_i^p \cos \phi_p)} \quad (A\uparrow) \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^p)_i = & U_i \sin \phi_s e^{i(\omega t - z k_i^s \cos \phi_s)} \left\{ \sum_{n=\downarrow}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{\uparrow} (-i)^{n-\downarrow} \right. \\ & \left. \begin{cases} \uparrow \mu_s \left[q_i^s (J_{n-\downarrow}(q_i^s r) - J_n(q_i^s r)) - \frac{\downarrow}{r} [n J_n(q_i^s r) - \right. \right. \\ \left. \left. (n+\downarrow) J_{n+\downarrow}(q_i^s r)] \right] + \right. \\ \left. \lambda_s \left[q_i^s (J_{n-\downarrow}(q_i^s r) - J_n(q_i^s r)) - \frac{\downarrow}{r} [-J_{n-\downarrow}(r q_i^s) + \right. \right. \\ \left. \left. n J_n(q_i^s r) - n J_{n+\downarrow}(q_i^s r)] - \frac{n^{\uparrow}}{r^{\uparrow} q_i^s} J_n(r q_i^s) \right] \right\} \cos(n\theta) + \\ & \frac{\varepsilon_{\downarrow}}{\uparrow} (-i)^{\downarrow} [(\lambda_s + \uparrow \mu_s) q_i^s J_{\downarrow}(q_i^s r) - \uparrow \mu_s \frac{\downarrow}{r} J_{\downarrow}(q_i^s r)] \left. \right\} - \\ & i \lambda_s U_i L_i^s \cos^{\uparrow} \phi_s e^{i(\omega t - z k_i^s \cos \phi_s)} \sum_{n=\downarrow}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n \cos n\theta J_n(r q_i^s) \\ \sigma_{r\theta}^p)_i = & \mu_s U_i \sin \phi_s e^{i(\omega t - z k_i^s \cos \phi_s)} \left\{ \sum_{n=\downarrow}^{\infty} n \varepsilon_n (-i)^{n-\downarrow} \right. \\ & \left. \left\{ -\frac{\downarrow}{\uparrow r} [J_{n-\downarrow}(r q_i^s) - J_{n+\downarrow}(r q_i^s)] + \frac{(\uparrow-n)}{r^{\uparrow} q_i^s} J_n(r q_i^s) + \right. \right. \\ & \left. \left. J_{n+\downarrow}(r q_i^s) \right\} \sin(n\theta) \right. \\ \sigma_{rz}^i = & \uparrow \mu_s U_i \cos \phi_s e^{i(\omega t - z k_i^s \cos \phi_s)} \sum_{n=\downarrow}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n \left[\frac{n}{r} J_n(r q_i^s) - \right. \\ & \left. q_i^s J_{n+\downarrow}(r q_i^s) \right] \cos(n\theta) \quad (B\downarrow) \end{aligned}$$

(ج)

we have $n > \circ$ for

$$\begin{aligned} b_{\uparrow} = & \frac{\varepsilon_n}{\uparrow} (-i)^{n-\downarrow} U_i \sin \phi_s \\ & \left\{ \uparrow \mu_s \left[q_i^s (J_{n-\downarrow}(q_i^s b) - J_n(q_i^s b)) - \frac{\downarrow}{b} [n J_n(q_i^s b) - \right. \right. \\ & \left. \left. (n+\downarrow) J_{n+\downarrow}(q_i^s b)] \right] + \right. \\ & \left. \lambda_s \left[q_i^s (J_{n-\downarrow}(q_i^s b) - J_n(q_i^s b)) - \frac{\downarrow}{b} [-J_{n-\downarrow}(q_i^s b) + \right. \right. \\ & \left. \left. n J_n(q_i^s b) - n J_{n+\downarrow}(q_i^s b)] - \frac{n^{\uparrow}}{b^{\uparrow} q_i^s} J_n(b q_i^s) \right] \right\} \\ & - i \lambda_s U_i k_i^s \cos^{\uparrow} \phi_s \varepsilon_n (-i)^n J_n(q_i^s b) \\ b_{\circ} = & \mu_s U_i \sin \phi_s \left\{ n \varepsilon_n (-i)^{n-\downarrow} \left\{ -\frac{\downarrow}{\uparrow b} [J_{n-\downarrow}(b q_i^s) - J_{n+\downarrow}(b q_i^s)] + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{(\uparrow-n)}{b^{\uparrow} q_i^s} J_n(b q_i^s) + J_{n+\downarrow}(b q_i^s) \right\} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^p = & \left\{ \left[A_{\uparrow}^p \left\{ \left[\uparrow \mu_p \left(\frac{n(n-\downarrow)}{r^{\uparrow}} - (q_i^p)^{\uparrow} \right) - \lambda_p (k_i^p)^{\uparrow} \right] J_n(q_i^p r) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \uparrow \mu_p q_i^p \frac{\downarrow}{r} J_{n+\downarrow}(q_i^p r) \right\} + B_{\downarrow}^p \left\{ \left[\uparrow \mu_p \left(\frac{n(n-\downarrow)}{r^{\uparrow}} - (q_i^p)^{\uparrow} \right) - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \lambda_p (k_i^p)^{\uparrow} \right] Y_n(q_i^p r) + \uparrow \mu_p q_i^p \frac{\downarrow}{r} Y_{n+\downarrow}(q_i^p r) \right\} \right] + \uparrow \mu_p \\ & \left[A_{\uparrow}^p (k_i^p \cos \phi_p) (q_s^p J_n(q_s^p r) - \frac{n+\downarrow}{r} J_{n+\downarrow}(q_s^p r)) + \right. \\ & A_{\downarrow}^p \frac{n}{r} \left(\frac{n-\downarrow}{r} J_n(q_s^p r) - q_s^p J_{n+\downarrow}(q_s^p r) \right) + B_{\downarrow}^p (k_i^p \cos \phi_p) \\ & \left. (q_s^p Y_n(q_s^p r) - \frac{n+\downarrow}{r} Y_{n+\downarrow}(q_s^p r)) + B_{\downarrow}^p \frac{n}{r} \left(\frac{n-\downarrow}{r} Y_n(q_s^p r) - \right. \right. \\ & \left. \left. q_s^p Y_{n+\downarrow}(q_s^p r) \right) \right] \left. \right\} \begin{cases} \cos n\theta \\ \sin n\theta \end{cases} e^{i(\omega t - z k_i^p \cos \phi_p)} \\ \sigma_{r\theta}^p = & \mu_p \left[\uparrow n A_{\uparrow}^p \frac{\downarrow}{r} \left[\frac{\downarrow-n}{r} J_n(q_i^p r) + q_i^p J_{n+\downarrow}(q_i^p r) \right] + \right. \\ & A_{\uparrow}^p (k_i^p \cos \phi_p) \left[q_s^p J_n(q_s^p r) - \frac{\uparrow(n+\downarrow)}{r} J_{n+\downarrow}(q_s^p r) \right] + \\ & A_{\downarrow}^p \left[\left(\frac{\uparrow n(n-\downarrow)}{r^{\uparrow}} + (q_s^p)^{\uparrow} \right) J_n(q_s^p r) - \frac{\uparrow}{r} q_s^p J_{n+\downarrow}(q_s^p r) \right] + \\ & \uparrow n B_{\downarrow}^p \frac{\downarrow}{r} \left[\frac{\downarrow-n}{r} Y_n(q_i^p r) + q_i^p Y_{n+\downarrow}(q_i^p r) \right] + B_{\downarrow}^p (k_i^p \cos \phi_p) \\ & \left. \left[q_s^p Y_n(q_s^p r) - \frac{\uparrow(n+\downarrow)}{r} Y_{n+\downarrow}(q_s^p r) \right] + B_{\downarrow}^p \left[\left(\frac{\uparrow n(n-\downarrow)}{r^{\uparrow}} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. (q_s^p)^{\uparrow} \right) Y_n(q_s^p r) - \frac{\uparrow}{r} q_s^p Y_{n+\downarrow}(q_s^p r) \right] \right] \begin{cases} \downarrow \\ -\downarrow \end{cases} \begin{cases} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{cases} \\ & e^{i(\omega t - z k_i^p \cos \phi_p)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rz}^p = & -i \mu_p \left[\uparrow A_{\uparrow}^p k_i^p \cos \phi_p \left(\frac{n}{r} J_n(q_i^p r) - q_i^p J_{n+\downarrow}(q_i^p r) \right) + \right. \\ & A_{\uparrow}^p \left[(k_i^p \cos \phi_p)^{\uparrow} - (q_s^p)^{\uparrow} \right] J_{n+\downarrow}(q_s^p r) + (A_{\downarrow}^p k_i^p \cos \phi_p + q_s^p A_{\uparrow}^p) \\ & \frac{n}{r} J_n(q_s^p r) \uparrow B_{\downarrow}^p k_i^p \cos \phi_p \left(\frac{n}{r} J_n(q_i^p r) - q_i^p J_{n+\downarrow}(q_i^p r) \right) + \\ & B_{\downarrow}^p \left[(k_i^p \cos \phi_p)^{\uparrow} - (q_s^p)^{\uparrow} \right] J_{n+\downarrow}(q_s^p r) + (B_{\uparrow}^p k_i^p \cos \phi_p + q_s^p B_{\downarrow}^p) \\ & \left. \frac{n}{r} J_n(q_s^p r) \right] \begin{cases} \cos n\theta \\ \sin n\theta \end{cases} e^{i(\omega t - z k_i^p \cos \phi_p)} \\ \sigma_{\theta z}^p = & \mu_i \left\{ \frac{\uparrow n}{r} k_i^p \cos \phi_p (A_{\uparrow}^p J_n(q_i^p r) + B_{\downarrow}^p Y_n(q_i^p r)) - k_i^p \cos \phi_p \right. \\ & \left[A_{\uparrow}^p (q_s^p J_{n+\downarrow}(q_s^p r) - \frac{n}{r} J_n(q_s^p r)) + B_{\downarrow}^p (q_s^p Y_{n+\downarrow}(q_s^p r) - \right. \\ & \left. \frac{n}{r} Y_n(q_s^p r)) \right] A_{\uparrow}^p \left[-(k_i^p \cos \phi_p)^{\uparrow} J_{n+\downarrow}(q_s^p r) + \frac{n}{r} q_s^p J_n(q_s^p r) \right] + \\ & B_{\downarrow}^p \left[-(k_i^p \cos \phi_p)^{\uparrow} Y_{n+\downarrow}(q_s^p r) + \frac{n}{r} q_s^p Y_n(q_s^p r) \right] \left. \right\} \begin{cases} \downarrow \\ -\downarrow \end{cases} \\ & \begin{cases} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{cases} e^{i(\omega t - z k_i^p \cos \phi_p)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{\tau\delta} &= \Upsilon\mu_p k_i^p \cos\phi_p (q_s^p Y_n(q_s^p b) - \frac{n+\lambda}{b} Y_{n+\lambda}(q_s^p b)) \\
 M_{\tau\epsilon} &= \Upsilon\mu_p \frac{n}{b} (\frac{n-\lambda}{b} Y_n(q_s^p b) - q_s^p Y_{n+\lambda}(q_s^p b)) \\
 M_{\tau\gamma} &= -[\Upsilon\mu_s (\frac{n(n-\lambda)}{b^\tau} - (q_i^s)^\tau) - \lambda_s (k_i^s)^\tau] H_n^\tau(q_i^s b) + \\
 &\quad \Upsilon\mu_s q_i^s \frac{\lambda}{b} H_{n+\lambda}^\tau(q_i^s b) \\
 M_{\tau\lambda} &= -\Upsilon\mu_s k_i^s \cos\phi_s (q_s^s H_n^\tau(q_s^s b) - \frac{n+\lambda}{b} H_{n+\lambda}^\tau(q_s^s b)) \\
 M_{\tau\alpha} &= -\Upsilon\mu_s \frac{n}{b} (\frac{n-\lambda}{b} H_n^\tau(q_s^s b) - q_s^s H_{n+\lambda}^\tau(q_s^s b)) \\
 M_{\delta\lambda} &= M_{\nu\lambda} = \Upsilon\mu_p n \frac{\lambda}{b} [\frac{\lambda-n}{b} J_n(q_i^p b) + q_i^p J_{n+\lambda}(q_i^p b)] \\
 M_{\delta\tau} &= M_{\nu\tau} = \mu_p k_i^p \cos\phi_p [q_s^p J_n(q_s^p b) - \frac{\Upsilon(n+\lambda)}{b} J_{n+\lambda}(q_s^p b)] \\
 M_{\delta\tau} &= M_{\nu\tau} = \mu_p [(\frac{\Upsilon n(\lambda-n)}{b^\tau} + (q_s^p)^\tau) J_n(q_s^p b) - \frac{\Upsilon}{b} q_s^p J_{n+\lambda}(q_s^p b)] \\
 M_{\delta\tau} &= M_{\nu\tau} = \Upsilon\mu_p n \frac{\lambda}{b} [\frac{\lambda-n}{b} Y_n(q_i^p b) + q_i^p Y_{n+\lambda}(q_i^p b)] \\
 M_{\delta\delta} &= M_{\nu\delta} = \mu_p k_i^p \cos\phi_p [q_s^p Y_n(q_s^p b) - \frac{\Upsilon(n+\lambda)}{b} Y_{n+\lambda}(q_s^p b)] \\
 M_{\delta\epsilon} &= M_{\nu\epsilon} = \mu_p [(\frac{\Upsilon n(\lambda-n)}{b^\tau} + (q_s^p)^\tau) Y_n(q_s^p b) - \frac{\Upsilon}{b} q_s^p Y_{n+\lambda}(q_s^p b)] \\
 M_{\delta\nu} &= -\Upsilon\mu_s n \frac{\lambda}{b} [\frac{\lambda-n}{b} H_n^\tau(q_i^s b) + q_i^s H_{n+\lambda}^\tau(q_i^s b)] \\
 M_{\delta\lambda} &= -\mu_s k_i^s \cos\phi_s [q_s^s H_n^\tau(q_s^s b) - \frac{\Upsilon(n+\lambda)}{b} H_{n+\lambda}^\tau(q_s^s b)] \\
 M_{\delta\lambda} &= -\mu_s [(\frac{\Upsilon n(\lambda-n)}{b^\tau} + (q_s^s)^\tau) H_n^\tau(q_s^s b) - \frac{\Upsilon}{b} q_s^s H_{n+\lambda}^\tau(q_s^s b)] \\
 M_{\epsilon\lambda} &= M_{\lambda\epsilon} = \Upsilon\mu_p k_i^p \cos\phi_p (\frac{n}{b} J_n(q_i^p b) - q_i^p J_{n+\lambda}(q_i^p b)) \\
 M_{\epsilon\tau} &= M_{\lambda\tau} = \mu_p \{[(k_i^p \cos\phi_p)^\tau - (q_s^p)^\tau] J_{n+\lambda}(q_s^p b) + q_s^p \frac{n}{b} J_n(q_s^p b)\} \\
 M_{\epsilon\tau} &= M_{\lambda\tau} = \mu_p k_i^p \cos\phi_p \frac{n}{b} J_n(q_s^p b) \\
 M_{\epsilon\tau} &= M_{\lambda\tau} = \Upsilon\mu_p k_i^p \cos\phi_p (\frac{n}{b} Y_n(q_i^p b) - Y_{n+\lambda}(q_i^p b)) \\
 M_{\epsilon\delta} &= M_{\lambda\delta} = \mu_p \{[(k_i^p \cos\phi_p)^\tau - (q_s^p)^\tau] Y_{n+\lambda}(q_s^p b) + q_s^p \frac{n}{b} Y_n(q_s^p b)\} \\
 M_{\epsilon\epsilon} &= M_{\lambda\epsilon} = \mu_p k_i^p \cos\phi_p \frac{n}{b} Y_n(q_s^p b) \\
 M_{\epsilon\nu} &= -\Upsilon\mu_s k_i^s \cos\phi_s (\frac{n}{b} H_n^\tau(q_i^s b) - q_i^s H_{n+\lambda}^\tau(q_i^s b)) \\
 M_{\epsilon\lambda} &= -\mu_s \{[(k_i^s \cos\phi_s)^\tau - (q_s^s)^\tau] H_{n+\lambda}^\tau(q_s^s b) + q_s^s \frac{n}{b} H_n^\tau(q_s^s b)\} \\
 M_{\epsilon\lambda} &= -\mu_s k_i^s \cos\phi_s \frac{n}{b} H_n^\tau(q_s^s b) \\
 M_{\lambda\lambda} &= \frac{n}{b} J_n(q_i^p b) - q_i^p J_{n+\lambda}(q_i^p b) \\
 M_{\lambda\tau} &= k_i^p \cos\phi_p J_{n+\lambda}(q_s^p b) \\
 M_{\lambda\tau} &= \frac{n}{b} J_n(q_s^p b) \\
 M_{\lambda\tau} &= \frac{n}{b} Y_n(q_i^p b) - q_i^p Y_{n+\lambda}(q_i^p b) \\
 M_{\lambda\delta} &= k_i^p \cos\phi_p Y_{n+\lambda}(q_s^p b) \\
 M_{\lambda\epsilon} &= \frac{n}{b} Y_n(q_s^p b) \\
 M_{\lambda\nu} &= -(\frac{n}{b} H_n^\tau(q_i^s b) - q_i^s H_{n+\lambda}^\tau(q_i^s b))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_\epsilon &= \Upsilon\mu_s U_i \cos\phi_s \epsilon_n (-i)^{n-\lambda} [\frac{n}{b} J_n(bq_i^s) - q_i^s J_{n+\lambda}(bq_i^s)] \\
 b_\nu &= \frac{\Upsilon i \tau_s U_\theta}{\pi U_\theta} e^{i\phi_\theta n}, \quad n = \lambda, \Upsilon, \dots \quad \text{at } r = b \\
 b_\lambda &= -\frac{\Upsilon i \tau_s U_z}{\pi U_z} e^{i\phi_z n}, \quad n = \lambda, \Upsilon, \dots \quad \text{at } r = b \\
 b_\lambda &= U_i \sin\phi_s \frac{\epsilon_n}{\Upsilon} (-i)^{n-\lambda} [J_{n-\lambda}(bq_i^s) - J_{n+\lambda}(bq_i^s)] \\
 M_{\lambda\lambda} &= [\Upsilon\mu_p (\frac{n(n-\lambda)}{a^\tau} - (q_i^p)^\tau) - \lambda_p (k_i^p)^\tau] J_n(q_i^p a) + \\
 &\quad \Upsilon\mu_p q_i^p \frac{\lambda}{a} J_{n+\lambda}(q_i^p a) \\
 M_{\lambda\tau} &= \Upsilon\mu_p k_i^p \cos\phi_p (q_s^p J_n(q_s^p a) - \frac{n+\lambda}{a} J_{n+\lambda}(q_s^p a)) \\
 M_{\lambda\tau} &= \Upsilon\mu_p \frac{n}{a} (\frac{n-\lambda}{a} J_n(q_s^p a) - q_s^p J_{n+\lambda}(q_s^p a)) \\
 M_{\lambda\tau} &= [\Upsilon\mu_p (\frac{n(n-\lambda)}{a^\tau} - (q_i^p)^\tau) - \lambda_p (k_i^p)^\tau] Y_n(q_i^p a) + \\
 &\quad \Upsilon\mu_p q_i^p \frac{\lambda}{a} Y_{n+\lambda}(q_i^p a) \\
 M_{\lambda\delta} &= \Upsilon\mu_p k_i^p \cos\phi_p (q_s^p Y_n(q_s^p a) - \frac{n+\lambda}{a} Y_{n+\lambda}(q_s^p a)) \\
 M_{\lambda\epsilon} &= \Upsilon\mu_p \frac{n}{a} (\frac{n-\lambda}{a} Y_n(q_s^p a) - q_s^p Y_{n+\lambda}(q_s^p a)) \\
 M_{\lambda\nu} &= \Upsilon\mu_p n \frac{\lambda}{a} [\frac{\lambda-n}{a} J_n(q_i^p a) + q_i^p J_{n+\lambda}(q_i^p a)] \\
 M_{\tau\tau} &= \mu_p k_i^p \cos\phi_p [q_s^p J_n(q_s^p a) - \frac{\Upsilon(n+\lambda)}{a} J_{n+\lambda}(q_s^p a)] \\
 M_{\tau\tau} &= \mu_p [(\frac{\Upsilon n(\lambda-n)}{a^\tau} + (q_s^p)^\tau) J_n(q_s^p a) - \frac{\Upsilon}{a} q_s^p J_{n+\lambda}(q_s^p a)] \\
 M_{\tau\tau} &= \Upsilon\mu_p n \frac{\lambda}{a} [\frac{\lambda-n}{a} Y_n(q_i^p a) + q_i^p Y_{n+\lambda}(q_i^p a)] \\
 M_{\tau\delta} &= \mu_p k_i^p \cos\phi_p [q_s^p Y_n(q_s^p a) - \frac{\Upsilon(n+\lambda)}{a} Y_{n+\lambda}(q_s^p a)] \\
 M_{\tau\epsilon} &= \mu_p [(\frac{\Upsilon n(\lambda-n)}{a^\tau} + (q_s^p)^\tau) Y_n(q_s^p a) - \frac{\Upsilon}{a} q_s^p Y_{n+\lambda}(q_s^p a)] \\
 M_{\tau\lambda} &= \Upsilon\mu_p k_i^p \cos\phi_p (\frac{n}{a} J_n(q_i^p a) - q_i^p J_{n+\lambda}(q_i^p a)) \\
 M_{\tau\tau} &= \mu_p \{[(k_i^p \cos\phi_p)^\tau - (q_s^p)^\tau] J_{n+\lambda}(q_s^p a) + q_s^p \frac{n}{a} J_n(q_s^p a)\} \\
 M_{\tau\tau} &= \mu_p k_i^p \cos\phi_p \frac{n}{a} J_n(q_s^p a) \\
 M_{\tau\tau} &= \Upsilon\mu_p k_i^p \cos\phi_p (\frac{n}{a} Y_n(q_i^p a) - q_i^p Y_{n+\lambda}(q_i^p a)) \\
 M_{\tau\delta} &= \mu_p \{[(k_i^p \cos\phi_p)^\tau - (q_s^p)^\tau] Y_{n+\lambda}(q_s^p a) + q_s^p \frac{n}{a} Y_n(q_s^p a)\} \\
 M_{\tau\epsilon} &= \mu_p k_i^p \cos\phi_p \frac{n}{a} Y_n(q_s^p a) \\
 M_{\tau\lambda} &= [\Upsilon\mu_p (\frac{n(n-\lambda)}{b^\tau} - (q_i^p)^\tau) - \lambda_p (k_i^p)^\tau] J_n(q_i^p b) + \\
 &\quad \Upsilon\mu_p q_i^p \frac{\lambda}{a} J_{n+\lambda}(q_i^p b) \\
 M_{\tau\tau} &= \Upsilon\mu_p k_i^p \cos\phi_p (q_s^p J_n(q_s^p b) - \frac{n+\lambda}{b} J_{n+\lambda}(q_s^p b)) \\
 M_{\tau\tau} &= \Upsilon\mu_p \frac{n}{b} (\frac{n-\lambda}{b} J_n(q_s^p b) - q_s^p J_{n+\lambda}(q_s^p b)) \\
 M_{\tau\tau} &= [\Upsilon\mu_p (\frac{n(n-\lambda)}{b^\tau} - (q_i^p)^\tau) - \lambda_p (k_i^p)^\tau] Y_n(q_i^p b) + \\
 &\quad \Upsilon\mu_p q_i^p \frac{\lambda}{b} Y_{n+\lambda}(q_i^p b)
 \end{aligned}$$

$$M_{\delta\delta} = q_i^s H_{\lambda}^{\dagger}(q_i^s b)$$

$$M_{\delta\epsilon} = -k_i^s \cos \phi_s H_{\lambda}^{\dagger}(q_i^s b)$$

$$M_{\tau\lambda} = -[\Upsilon \mu_p (q_i^p)^{\dagger} + \lambda_p (k_i^p)^{\dagger}] J_{\circ}(q_i^p b) + \Upsilon \mu_p q_i^p \frac{1}{b} J_{\lambda}(q_i^p b)$$

$$M_{\tau\tau} = \Upsilon \mu_p k_i^p \cos \phi_p (q_s^p J_{\circ}(q_s^p b) - \frac{1}{b} J_{\lambda}(q_s^p b))$$

$$M_{\tau\tau} = -[\Upsilon \mu_p (q_i^p)^{\dagger} + \lambda_p (k_i^p)^{\dagger}] Y_{\circ}(q_i^p b) + \Upsilon \mu_p q_i^p \frac{1}{b} Y_{\lambda}(q_i^p b)$$

$$M_{\tau\tau} = \Upsilon \mu_p k_i^p \cos \phi_p (q_s^p Y_{\circ}(q_s^p b) - \frac{1}{b} Y_{\lambda}(q_s^p b))$$

$$M_{\tau\delta} = [\Upsilon \mu_s (q_i^s)^{\dagger} + \lambda_s (k_i^s)^{\dagger}] H_{\lambda}^{\dagger}(q_i^s b) - \Upsilon \mu_s q_i^s \frac{1}{b} H_{\lambda}^{\dagger}(q_i^s b)$$

$$M_{\tau\epsilon} = -\Upsilon \mu_s k_i^s \cos \phi_s (q_s^s H_{\lambda}^{\dagger}(q_s^s b) + \frac{1}{b} H_{\lambda}^{\dagger}(q_s^s b))$$

$$M_{\tau\lambda} = -\Upsilon \mu_p k_i^p q_i^p \cos \phi_p J_{\lambda}(q_i^p b)$$

$$M_{\tau\tau} = \mu_p [(k_i^p \cos \phi_p)^{\dagger} - (q_s^p)^{\dagger}] J_{\lambda}(q_s^p b)$$

$$M_{\tau\tau} = -\Upsilon \mu_p k_i^p q_i^p \cos \phi_p Y_{\lambda}(q_i^p b)$$

$$M_{\tau\tau} = \mu_p [(k_i^p \cos \phi_p)^{\dagger} - (q_s^p)^{\dagger}] Y_{\lambda}(q_s^p a)$$

$$M_{\tau\delta} = \Upsilon \mu_p k_i^p q_i^p \cos \phi_p H_{\lambda}^{\dagger}(q_i^p b)$$

$$M_{\tau\epsilon} = -\mu_p [(k_i^p \cos \phi_p)^{\dagger} - (q_s^p)^{\dagger}] H_{\lambda}^{\dagger}(q_s^p b)$$

$$b_{\delta} = -\frac{\Upsilon \tau_s}{\pi U_s} U_z \left(e^{i\phi_s} \right), \quad \text{at } r = b$$

$$b_{\epsilon} = -i U_i \sin \phi_s \frac{\epsilon_{\lambda}}{\Upsilon} J_{\lambda}(b q_i^s)$$

$$b_{\tau} = -i \lambda_s U_i k_i^s \cos^{\dagger} \phi_s \epsilon_{\circ} J_{\circ}(r q_i^s)$$

$$b_{\tau} = -\Upsilon i \mu_s U_i \cos \phi_s \epsilon_{\circ} q_i^s J_{\lambda}(q_i^s b)$$

$$M_{\lambda\lambda} = -k_i^s \cos \phi_s H_{n+\lambda}^{\dagger}(q_s^s b)$$

$$M_{\lambda\lambda} = -\frac{n}{b} H_n^{\dagger}(q_s^s b)$$

we have $n = \circ$. And for

$$M_{\lambda\lambda} = -[\Upsilon \mu_p (q_i^p)^{\dagger} + \lambda_p (k_i^p)^{\dagger}] J_{\circ}(q_i^p a) + \Upsilon \mu_p q_i^p \frac{1}{a} J_{\lambda}(q_i^p a)$$

$$M_{\lambda\tau} = \Upsilon \mu_p k_i^p \cos \phi_p (q_s^p J_{\circ}(q_s^p a) - \frac{1}{a} J_{\lambda}(q_s^p a))$$

$$M_{\lambda\tau} = -[\Upsilon \mu_p (q_i^p)^{\dagger} + \lambda_p (k_i^p)^{\dagger}] Y_{\circ}(q_i^p a) + \Upsilon \mu_p q_i^p \frac{1}{a} Y_{\lambda}(q_i^p a)$$

$$M_{\lambda\tau} = \Upsilon \mu_p k_i^p \cos \phi_p (q_s^p Y_{\circ}(q_s^p a) - \frac{1}{a} Y_{\lambda}(q_s^p a))$$

$$M_{\tau\lambda} = -\Upsilon \mu_p k_i^p q_i^p \cos \phi_p J_{\lambda}(q_i^p a)$$

$$M_{\tau\tau} = \mu_p [(k_i^p \cos \phi_p)^{\dagger} - (q_s^p)^{\dagger}] J_{\lambda}(q_s^p a)$$

$$M_{\tau\tau} = -\Upsilon \mu_p k_i^p q_i^p \cos \phi_p Y_{\lambda}(q_i^p a)$$

$$M_{\tau\tau} = \mu_p [(k_i^p \cos \phi_p)^{\dagger} - (q_s^p)^{\dagger}] Y_{\lambda}(q_s^p a)$$

$$M_{\delta\lambda} = -\Upsilon \mu_p k_i^p q_i^p \cos \phi_p J_{\lambda}(q_i^p b)$$

$$M_{\delta\tau} = \mu_p [(k_i^p \cos \phi_p)^{\dagger} - (q_s^p)^{\dagger}] J_{\lambda}(q_s^p b)$$

$$M_{\delta\tau} = -\Upsilon \mu_p k_i^p q_i^p \cos \phi_p Y_{\lambda}(q_i^p b)$$

$$M_{\delta\tau} = \mu_p [(k_i^p \cos \phi_p)^{\dagger} - (q_s^p)^{\dagger}] Y_{\lambda}(q_s^p b)$$

$$M_{\epsilon\lambda} = -q_i^p J_{\lambda}(q_i^p b)$$

$$M_{\epsilon\tau} = k_i^p \cos \phi_p J_{\lambda}(q_s^p b)$$

$$M_{\epsilon\tau} = -q_i^p Y_{\lambda}(q_i^p b)$$

$$M_{\epsilon\tau} = k_i^p \cos \phi_p Y_{\lambda}(q_s^p b)$$

اثر زلزله برگسترش ترک منفرد در سد سفیدرود با استفاده از روش المان مرزی دوگانه‌ی چند دامنه

بابک امیدوار* (استادیار)

دانشکده‌ی محیط زیست، دانشگاه تهران

اسد... نورزاد (استاد)

محمد رحیمیان (استاد)

علیرضا صناعی‌ها (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی فنی، دانشگاه تهران

در این نوشتار با استفاده از رویکرد مکانیک شکست دینامیکی، اثر زلزله برگسترش ترک در سد سفیدرود بررسی شده است، و در آن با معرفی معادلات انتگرال مرزی تغییر مکان و بردار تنش، از ترکیب روش المان مرزی چنددامنه و روش المان مرزی دوگانه در فضای زمانی برای مدل‌کردن هندسه‌ی پیچیده‌ی سد پشت‌بنددار سفیدرود استفاده شده و گسترش ترک در پایه‌ی شماره‌ی ۱۵ سد مذکور در اثر زلزله مورد تحلیل قرار گرفته است. کاربرد هم‌زمان روش المان مرزی چنددامنه و روش المان مرزی دوگانه باعث می‌شود که مدل‌سازی قسمت‌های مختلف بدنه‌ی سد و ردیابی مسیر گسترش دینامیکی ترک با در نظر گرفتن مفاهیم مکانیک شکست را بتوان به راحتی انجام داد. همچنین با گسترش ترک، فقط المان‌های جدید به المان‌های قبلی اضافه می‌شود که این امر باعث کاهش زمان و هزینه‌ی محاسباتی می‌شود. سناریوهای مختلفی برای محل ترک اولیه از نظر طول و تراز آن در جدار پایین دست بدنه در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از این تحقیق دوبعدی در همان محدوده‌ی ترک‌های مشاهده شده در بدنه‌ی سد در اثر زلزله قرار دارد. برای حصول تطابق کامل مسیر گسترش ترک‌های پیش‌بینی شده با ترک‌های واقعی سد استفاده از مدل‌های سه‌بعدی پیشنهاد می‌شود.

واژگان کلیدی: سد سفیدرود، گسترش دینامیکی ترک منفرد، روش المان مرزی دوگانه، روش المان مرزی چنددامنه، فضای زمانی، مکانیک شکست دینامیکی.

۱. مقدمه

مقاومت کششی، نمی‌توان نتایج حاصل از بروز ترک و مؤثر بودن روش‌های تعمیر را بررسی کرد؛ ولی با استفاده از مکانیک شکست خطی می‌توان با دقت بالایی به بررسی و مطالعه‌ی بروز ترک‌های اولیه، ایمنی سدهای ترک‌خورده، پایداری و امکان گسترش مجدد ترک تحت بارگذاری زلزله و مؤثر بودن روش‌های اصلاح سد ترک‌خورده پرداخت. برای بررسی تاریخچه‌ی رشد ترک و شکل آن در بالادست و پایین دست یک سد قوسی بتنی با انحنای مضاعف (سد کلنبرین^۳ در اتریش)، تحلیل استاتیکی شکست در حالت مود مرکب مکانیک شکست خطی انجام و تاریخچه‌ی گسترش ترک و تئوری‌های توجیه‌کننده‌ی آن با استفاده از مکانیک شکست و تحلیل براساس روش المان محدود بررسی و تفسیر شده است.^[۲] همچنین با استفاده از مکانیک شکست، روشی برای بررسی شکست سدهای وزنی بتنی با استفاده از روش المان مرزی چنددامنه ارائه شده است که در آن مسئله‌ی بسته شدن ترک توسط بار ضربه‌ی در نقاط تماس مدل شده است، و این اولین پژوهشی است که در آن روش عددی برای بررسی مراحل گسترش ترک در اثر زلزله در

روش رایج ارزیابی ایمنی سدها مبتنی بر این عقیده است که اگر سدی در مقابل زلزله براساس مقاومت کششی صفر طراحی شود، ایمن خواهد بود و لزومی برای به کارگیری روش‌های پیچیده نظیر مکانیک شکست دینامیکی^۱ نیست. این روش بدون کشش طرح، معادل تحلیل کشسانی - خمیری با معیار جاری شدن است که حد جاری شدن کششی بتن صفر در نظر گرفته شود (معیار رانکین^۲ یا معیار موهر کولمب). همچنان که در پژوهشی نشان داده شده است، هیچ‌گونه تضمینی برای ایمن بودن این‌گونه طرح‌ها وجود ندارد.^[۱]

سازه‌های بزرگ بتنی غیر مسلح نظیر سدهای بتنی به دلایل مختلفی مانند تنش‌های قابل ملاحظه‌ی حرارتی و جمع‌شدگی، درزهای ساختمانی ضعیف، حرکات متفاوت در پی و پایه‌های کناری و ارتعاشات ناشی از زلزله، مستعد ترک خوردن هستند. همان‌طور که ذکر شد، در بیشتر روش‌های مبتنی بر ناچیز فرض کردن

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۶/۲۲، اصلاحیه ۱۳۹۰/۲/۱۱، پذیرش ۱۳۹۰/۳/۲۱.