

تحلیل تونل‌های زیر سطح آب زیرزمینی با در نظر گرفتن نیروهای تراوش

احمد فهیمی فر* (استاد)

محمدرضا زارعی فرد (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مهندسی عمران شریف (زمستان ۱۳۹۲)
دربی ۲ - ۲۹، شماره‌ی ۳، ص. ۶۵-۷۶

در تونل‌های نفوذپذیر زیر سطح آب زیرزمینی، جریان تراوش و تغییرات فشار آب منفذی شکل‌گرفته در عکس‌العمل پوشش و توده‌ی سنگ تأثیر می‌گذارند. بنابراین طرح تونل‌های زیر سطح آب زیرزمینی باید بر مبنای تحلیلی باشد که جنبه‌های هیدرولیکی و مکانیکی در نظر گرفته شوند. در این نوشتار، یک روش تحلیل کشسان‌خمیری برای تونل‌های دایره‌یی زیر سطح آب زیرزمینی ارائه شده است. در روش ارائه‌شده، نیروی تراوش و نفوذپذیری وابسته به کرنش در توده‌ی سنگ در نظر گرفته شده است. شرایط اولیه، تنش هیدروستاتیک است؛ بنابراین از شرایط تقارن محوری استفاده می‌شود. نتایج به دست آمده از روش ارائه‌شده با نتایج به دست آمده از برنامه‌ی تفاضل محدود مقایسه شده‌اند. نتایج به دست آمده از روش ارائه‌شده نشان می‌دهند که تراوش با افزایش تنش مؤثر پیرامون تونل می‌تواند باعث کاهش پایداری تونل شود. همچنین لازم است که اثر تغییرات نفوذپذیری در ناحیه‌ی شکسته‌ی پیرامون تونل در نظر گرفته شود.

واژگان کلیدی: تونل، تراوش، نفوذپذیری وابسته به کرنش، تحلیل مکانیکی و هیدرولیکی.

۱. مقدمه

مروری بر مقالات مربوط به پایداری تونل‌های زیر سطح آب زیرزمینی نشان می‌دهد که به اثر تنش مؤثر کمتر توجه شده است، و بیشتر راه‌حل‌های ارائه‌شده براساس تنش کل بوده و در آنها از اثر فشار آب منفذی و نیروی تراوش صرف نظر شده است. در واقع، در تونل‌های زیر سطح آب زیرزمینی تراوش به شکل یک نیروی حجمی بر هر المان توده‌ی سنگ وارد می‌شود. در روش تحلیل براساس تنش کل، نیروی تراوش در نظر گرفته نمی‌شود. بنابراین، ممکن است ایمنی طرح در معرض خطر قرار گیرد.

در توده‌ی سنگ با نفوذپذیری کم تا متوسط، به دلیل جریان نشسته کم به تونل، می‌توان از اثر تراوش و فشار آب منفذی چشم‌پوشی کرد. حتی در این حالت‌ها هم معیار مقاومت توده‌ی سنگ و در نتیجه سطح تنش پیرامون تونل، تحت تأثیر فشار آب منفذی است. در تونل‌های پایین سطح آب زیرزمینی، نیروی تراوش رو به داخل به نفوذپذیری بستگی دارد. از سوی دیگر نفوذپذیری توده‌ی سنگ شکسته پیرامون تونل به تغییر شکل‌های ناشی از حفاری و نیروی تراوش بستگی دارد. مشاهده می‌شود که در تونل‌های زیر سطح آب زیرزمینی، تغییر شکل‌ها (تحلیل مکانیکی) و تراوش (تحلیل هیدرولیکی) متقابلاً بر هم اثر می‌گذارند.

پژوهشگران مسئله‌ی تحلیل تنش و کرنش پیرامون تونل ناشی از حفاری و نیروی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۰۶/۰۷، اصلاحیه ۱۳۹۱/۰۴/۱۱، پذیرش ۱۳۹۱/۰۶/۰۵.

fahim@aut.ac.ir
zareefard@aut.ac.ir

تراوش را مورد بررسی قرار داده‌اند. بیشتر راه‌حل‌ها براساس روش‌های عددی‌اند، در حالیکه تعداد کمی روش تحلیلی کشسان و نیز کشسان‌خمیری ارائه شده است. برای نمونه، در برخی پژوهش‌ها، اثر فشار آب منفذی در راه‌حل‌های آنها در نظر گرفته شده است.^[۱-۱۳] در حالی که در بیشتر راه‌حل‌ها از اثر نفوذپذیری وابسته به تغییر شکل صرف نظر؛ و این اثر به صورت تقریبی در نظر گرفته شده است.^[۱۴] در این پژوهش‌ها فرض شده است که مقدار ضریب نفوذپذیری نواحی شکسته و کشسان ثابت است و نسبت $\frac{k_e}{k_p}$ بین 0 و 1 قرار دارد (که در آن k_e و k_p به ترتیب نفوذپذیری نواحی کشسان و شکسته‌اند)، و روشی هم برای محاسبه‌ی این نسبت ارائه نشده است. برخی پژوهشگران نیز نفوذپذیری وابسته به کرنش را در ناحیه‌ی شکسته در نظر گرفته‌اند.^[۱۵] در یکی از این پژوهش‌های اخیر، از یک مدل رفتاری کشسان‌خمیری با نرم‌شدگی کرنش ساده استفاده شده است (شکل ۱).^[۱] که در آن، از بخش کرنش کشسان ایجاد شده در ناحیه‌ی شکسته صرف نظر شده است.^[۱۵] و اثر تراوش در ناحیه‌ی کشسان نیز در نظر گرفته نشده است.^[۱]

همچنین در روش‌های تحلیلی ارائه‌شده در برخی پژوهش‌ها، از الگوی تراوش شعاعی استفاده شده است.^[۱۶-۱۳] در واقع، در همه‌ی تونل‌های زیر سطح آب زیرزمینی، الگوی تراوش شعاعی شکل نمی‌گیرد؛ و این روش‌ها فقط برای تونل‌های با عمق زیاد از سطح آب زیرزمینی و شفت‌های زیر سطح آب زیرزمینی قابل استفاده است. در حالت‌های بحرانی که عمق تونل از سطح آب زیرزمینی نسبتاً

ورودی تحلیل مکانیکی استفاده می‌شود. از سوی دیگر، به دلیل نفوذپذیری وابسته به کرنش، نتایج تحلیل هیدرولیکی به نتایج تحلیل مکانیکی بستگی دارد. بنابراین در تحلیل هیدرولیکی، کرنش‌های به دست آمده از تحلیل مکانیکی به منزله تابعی از فاصله شعاعی r به همگی جهت تعمیم داده می‌شوند. در نتیجه در روش ارائه شده، تحلیل‌های هیدرولیکی و مکانیکی متناوباً و تا رسیدن به هم‌گرایی مناسب تکرار می‌شوند.

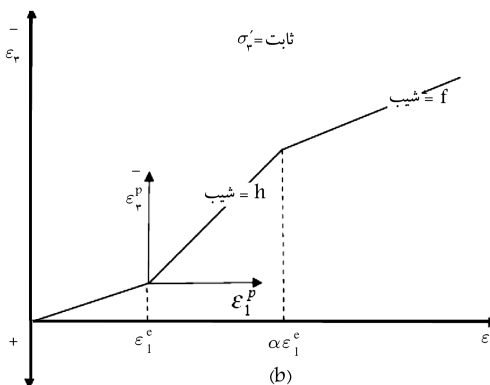
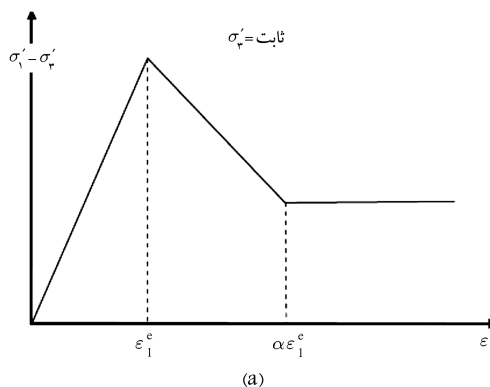
بحث این نوشتار به حل پایه و متقارن مسئله محدود است. بنابراین مواردی شامل دوشاخگی^۱ و موضعی شدن کرنش^۲ در ناحیه خمیری،^[۱۸،۱۷] موضوع کار این نوشتار نیست.

۲. تعریف مسئله

مسئله حفرتونل عمیق و بلند با مقطع دایره‌ای در شرایط هیدروستاتیک را معمولاً با شرط تقارن محوری حل می‌کنند (شکل ۲).

علائم قراردادی ژئومکانیک (یعنی تنش فشاری و کرنش تراکمی مثبت) در این نوشتار استفاده و همچنین تغییرشکل‌های رو به داخل مثبت در نظر گرفته شده‌اند. بعد از اینکه هم‌گرایی δu_a رخ داد، تونل با پوشش نفوذپذیر با شعاع داخلی و خارجی r_i و r_o پوشیده می‌شود. معادله تنش مؤثر ترازقی $\sigma' = \sigma - p_w$ هم برای پوشش و هم توده سنگ استفاده شده است.^[۱۹] این فرض در شرایط عملی صحیح است و آزمایش‌ها آن را تأیید می‌کنند.^[۲۰]

فرض می‌شود که رفتار توده سنگ، کشسان خمیری با نرم‌شوندگی کرنش است. کشسان خمیری کامل و کشسان خمیری ترد، حالت‌های خاصی از این مدل رفتاری‌اند. عموماً رفتار کشسان خمیری با نرم‌شوندگی کرنش سنگ با تابع تسلیم یا معیار مقاومت $f(\sigma'_{ij}, \eta)$ و تابع پتانسیل خمیری $g(\sigma'_{ij}, \eta)$ مشخص می‌شود. η پارامتر نرم‌شوندگی است و تغییرات تدریجی پارامترهای خمیری از حالت اولیه تا پسماند را کنترل می‌کند. این تذکر لازم است که یک پارامتر نرم‌شوندگی کرنش جامع وجود ندارد، مثلاً در پژوهشی از ϵ^p_θ به منزله پارامتر نرم‌شوندگی کرنش استفاده شده است.^[۱] در این نوشتار، کرنش خمیری انحرافی $\epsilon^p_\theta = \epsilon^p - \gamma^p$ به منزله پارامتر نرم‌شوندگی کرنش استفاده شده است، یعنی $\eta = \gamma^p$. در صورتی که تابع تسلیم و



شکل ۱. مدل رفتاری استفاده شده.^[۱]

کمتر است، الگوی واقعی جریان با آنچه پژوهشگران دیگر در نظر گرفته‌اند، تفاوت دارد.

در این نوشتار با در نظر گرفتن هندسه و بارگذاری متقارن محوری یک روش حل تحلیلی- عددی ارائه شده است. در مقایسه با روش‌های قبل در این روش:

۱. از مدل رفتاری کشسان خمیری با نرم‌شوندگی کرنش، معیار مقاومت غیرخطی هوک و براون،^[۱۵] و تابع پتانسیل غیر هم‌بسته‌ی موهر-کولمب استفاده شده است.
۲. اثر کرنش کشسان ایجاد شده در ناحیه شکسته در نظر گرفته شده است، که این مسئله می‌تواند در نتایج تحلیل اثر زیادی داشته باشد.^[۱۶]
۳. اثر جریان در ناحیه کشسان و در این راستا تراوش غیرمتقارن ایجاد شده در نظر گرفته شده است.

۴. اثر نفوذپذیری وابسته به کرنش در نظر گرفته شده است.

در روش ارائه شده، نفوذپذیری وابسته به کرنش در ناحیه شکسته در محاسبات وارد شده است. بر این اساس تحلیل شامل ۲ بخش عمده است:

۱. در تحلیل مکانیکی شرط تقارن محوری در نظر گرفته می‌شود. بنابراین کرنش $\epsilon = \epsilon(r)$ و تنش $\sigma = \sigma(r)$ در هر فاصله شعاعی r محاسبه می‌شود.
۲. در تحلیل هیدرولیکی شرط تقارن محوری در نظر گرفته نمی‌شود، و فشار آب منفذی $p_w = p_w(r, \theta)$ برحسب r و θ محاسبه می‌شود.

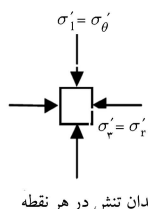
چنانکه گفته شد، فشار آب منفذی در محاسبات تحلیل مکانیکی در نظر گرفته می‌شود. به هر حال چون در تحلیل مکانیکی شرط تقارن محوری در نظر گرفته می‌شود، فشار آب منفذی به دست آمده در تحلیل هیدرولیکی در امتداد افقی، که می‌تواند متوسطی از فشار آب منفذی در توده سنگ باشد، به منزله‌ی

میدان تنش در بینهایت

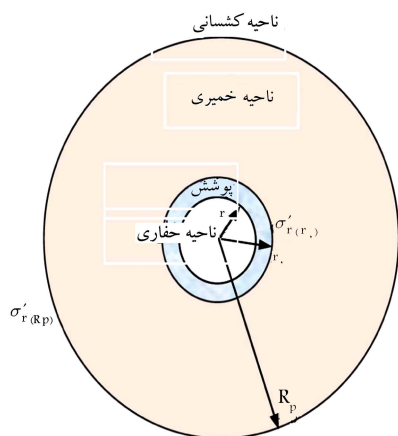
$$\sigma'_r = P'$$

$$\sigma'_\theta = P'$$

$$p_w = \gamma_w h_1$$



میدان تنش در هر نقطه



شکل ۲. تونل دایره‌ای در یک محیط نامحدود هموزن و ایزوتروپ تحت فشار هیدروستاتیک و وضعیت متقارن محوری.

معادله‌ی تعادل المان‌های توده‌ی سنگ در حالت تقارن محوری در مختصات قطبی شامل نیروی حجمی تراوش $F_r = \frac{dp_w}{dr}$ به صورت رابطه‌ی ۷ است: [۲۳]

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} - \frac{(\sigma'_\theta - \sigma'_r)}{r} + \frac{dp_w}{dr} = 0 \quad (7)$$

که در آن σ'_r تنش مؤثر شعاعی، σ'_θ تنش مؤثر مماسی، و p_w فشار آب منفذی است. در این معادله به دلیل در نظر گرفتن شرط تقارن محوری، گرادیان فشار آب منفذی $\frac{dp_w}{dr}$ در امتداد افقی به منزله‌ی تابعی از شعاع r استفاده شده است. از سوی دیگر، در شرایط تقارن محوری رابطه‌ی کرنش-تغییرمکان را می‌توان به صورت رابطه‌های ۸ و ۹ نوشت: [۲۳]

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad (8)$$

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr} \quad (9)$$

که در آنها u_r تغییرشکل شعاعی و r فاصله‌ی شعاعی از محور تونل است.

۳. تحلیل تنش‌ها و کرنش‌ها

۳.۱. ناحیه‌ی شکسته

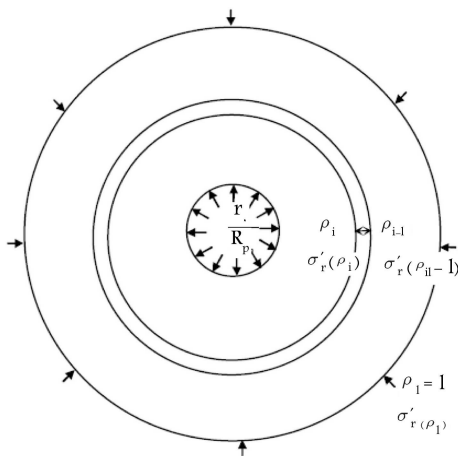
معادله‌ی تعادل ۷ را می‌توان برحسب شعاع بی‌بعد $\rho = \frac{r}{R_p}$ با توجه به شکل ۳ به صورت رابطه‌ی ۱۰ نوشت:

$$\frac{d\sigma'_r}{d\rho} + \frac{dp_w}{d\rho} = \frac{\sigma'_\theta - \sigma'_r}{\rho} \quad (10)$$

با استفاده از المان‌های حلقوی با شعاع بی‌بعد ρ (با توجه به شکل ۳)، روش تفاضل محدود (FDM) برای حل معادله‌ی ۱۰ استفاده می‌شود. این معادله برخلاف معادله‌ی قبل یک مجهول دارد و معادله‌ی با مشتقات جزئی نیست. از ترکیب معیار مقاومت (معادله‌ی ۵) و معادله‌ی تعادل (معادله‌ی ۱۰)، معادله‌ی ۱۱ به دست می‌آید:

$$\frac{d\sigma'_r}{d\rho} + \frac{dp_w}{d\rho} = \frac{\{m_g \sigma'_r \sigma_c + s_g \sigma'_c\}^{\frac{1}{2}}}{\rho} \quad (11)$$

در این راستا برای المان نشان داده شده در شکل ۳، نمو تنش شعاعی $d\sigma'_{r(\rho_i)}$ به تقریب برابر با $\sigma'_{r(\rho_i)} - \sigma'_{r(\rho_{i-1})}$ و نمو فشار آب منفذی $dp_{w(\rho_i)}$ به تقریب برابر



شکل ۳. ناحیه‌ی شکسته‌ی بی‌بعد با المان حلقه‌یی.

معیار مقاومت یکسان باشند، قانون جریان هم‌بسته و در غیر این صورت غیر هم‌بسته است.

پژوهشگران همچنین نشان داده‌اند که این پارامتر نرم‌شوندگی کرنش نسبت به ε_p^p قابل قبول تر است. [۱۷]

در مدل ارائه شده، کرنش‌های خمیری به صورت نمودی محاسبه می‌شوند و قانون جریان (معادله‌ی رفتاری بر رژیم خمیری) غیرهم‌بسته است (معیار مقاومت و تابع پتانسیل خمیر یکسان نیستند). در این راستا از تابع پتانسیل خمیری غیرهم‌بسته‌ی موهر-کولمب در این تحقیق استفاده شده است (رابطه‌ی ۱):

$$g = \sigma'_c - K_\Psi \sigma'_t \quad (1)$$

که در آن K_Ψ ضریب اتساع است و برحسب γ^p در ناحیه‌ی خمیری تغییر می‌کند؛ و برای قانون جریان غیرهم‌بسته از رابطه‌ی ۲ به دست می‌آید:

$$K_\Psi = \frac{1 + \sin \Psi_g}{1 - \sin \Psi_g} \quad (2)$$

که در آن Ψ_g زاویه‌ی اتساع در ناحیه‌ی شکسته است. فرض می‌شود که معیار تسلیم هوک و براون، [۱۵] بر ناحیه‌ی خمیری حاکم است.

$$\sigma'_c - \sigma'_t = \sqrt{m \sigma'_t \sigma_c + s \sigma'_c} \quad (3)$$

که در آن σ'_c و σ'_t به ترتیب تنش‌های مؤثر اصلی بزرگ‌تر و کوچک‌تر در ناحیه‌ی شکسته، σ_c مقاومت فشاری تک‌محوره‌ی سنگ بکر، m و s ثابت‌های هوک و براون هستند. پارامترهای m و s برحسب نوع سنگ و کیفیت آن (شاخص Q ، [۲۱] و شاخص RMR، [۲۲]) تغییر می‌کنند.

در مورد تحلیل تونل $\sigma'_\theta = \sigma'_r$ و $\sigma'_c = \sigma'_t$ است، که در آن σ'_θ و σ'_r تنش‌های شعاعی و مماسی‌اند. بنابراین رابطه‌ی ۳ را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۴ نوشت:

$$\sigma'_\theta - \sigma'_r = \sqrt{m \sigma'_r \sigma_c + s \sigma'_c} \quad (4)$$

این معادله برای ناحیه‌ی شکسته به صورت رابطه‌ی ۵ نوشته می‌شود:

$$\sigma'_\theta - \sigma'_r = \sqrt{m_g \sigma'_r \sigma_c + s_g \sigma'_c} \quad (5)$$

که در آن m_g و s_g ثابت‌های هوک و براون برای ناحیه‌ی شکسته‌اند و برحسب پارامتر نرم‌شوندگی γ^p تغییر می‌کنند. لازم به ذکر است که در ناحیه‌ی شکسته تغییرات پارامترهای رفتاری موجود در معادله‌های ۱، ۲ و ۵ را می‌توان با یک تابع دو خطی برحسب کرنش خمیری انحرافی توصیف کرد (رابطه‌ی ۶):

$$\omega = \begin{cases} \omega_i - (\omega_i - \omega_r) \frac{\gamma^p}{\gamma^{p*}} & 0 < \gamma^p < \gamma^{p*} \\ \omega_r & \gamma^p \geq \gamma^{p*} \end{cases} \quad (6)$$

که در آن ω نشان‌دهنده‌ی یکی از پارامترهای m_g ، s_g و Ψ_g است و γ^{p*} کرنش خمیری انحرافی بحرانی است که در آن رفتار پسماند شروع می‌شود. مقدار γ^{p*} با استفاده از آزمایش قابل تعیین است. در اینجا برای ساده‌سازی محاسبات، مقدار واحدی برای γ^{p*} انتخاب شده است. به هر حال هر پارامتری می‌تواند مقدار γ^{p*} مخصوص به خود را داشته باشد. زیرنویس‌های i و r به ترتیب مشخص‌کننده‌ی مقادیر اولیه و پسماند هستند.

با جایگذاری معادله‌ی ۱۹ در معادله‌ی ۲۱ و استفاده از معادله‌های ۱۵ و ۱۶ و رابطه‌ی ۲۲ نتیجه می‌شود:

$$(2 + K_{\Psi}) \dot{\varepsilon}_{\theta} + \rho \frac{d\dot{\varepsilon}_{\theta}}{d\rho} = \dot{\varepsilon}_{r}^e + K_{\Psi} \dot{\varepsilon}_{\theta}^e \quad (22)$$

از روش تفاضل محدود (FDM) برای حل معادله‌ی ۲۲ برای $\dot{\varepsilon}_{\theta}(\rho_i)$ استفاده می‌شود (با استفاده از المان‌های حلقوی با شعاع بی‌بعد ρ با توجه به شکل ۳). در این راستا برای المان نشان داده شده در شکل ۳، نمو کرنش‌ها و مشتق آنها برابر با اختلاف مقادیر آنها در سطح داخلی و خارجی المان در نظر گرفته می‌شود. مقادیر شعاع بی‌بعد المان ρ ، کرنش‌ها و مشتق آنها برای هر المان نیز به تقریب برابر با میانگین مقادیر آنها در شعاع داخلی و خارجی در نظر گرفته می‌شود. معادله‌ی حاصل برای $\dot{\varepsilon}_{\theta}(\rho_i)$ حل می‌شود (رابطه‌ی ۲۳):

$$\dot{\varepsilon}_{\theta}(\rho_i) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (23)$$

که در آن مقادیر λ_1 و λ_2 از رابطه‌های ۲۴ و ۲۵ به دست می‌آیند:

$$\lambda_1 = (2\bar{F}(\rho_i) - \dot{\varepsilon}_{\theta}(\rho_{i-1})) (\Psi + K_{\Psi}(\rho_i)) \rho_{(i-1)} + \dot{\varepsilon}_{\theta}(\rho_{i-1}) \rho_i (\Psi + K_{\Psi}(\rho_i)) - 2\bar{F}(\rho_i) \rho \quad (24)$$

$$\lambda_2 = (\Psi + K_{\Psi}(\rho_i)) \rho_{(i-1)} - (\Psi + K_{\Psi}(\rho_i)) \rho_{(i)} \quad (25)$$

در این روابط، مقادیر $\bar{F}(\rho_i)$ ، $F(\rho_i)$ ، $\dot{\varepsilon}_{r}^e(\rho_i)$ و $\dot{\varepsilon}_{\theta}^e(\rho_i)$ از رابطه‌های ۲۶ الی ۲۹ به دست می‌آیند:

$$\bar{F}(\rho_i) = \frac{F(\rho_i) + F(\rho_{i-1})}{2} \quad (26)$$

$$F(\rho_i) = \dot{\varepsilon}_{r}^e(\rho_i) + K_{\Psi}(\rho_i) \dot{\varepsilon}_{\theta}^e(\rho_i) \quad (27)$$

$$\dot{\varepsilon}_{r}^e(\rho_i) = \frac{\varepsilon_{r}^e(\rho_i) - \varepsilon_{r}^e(\rho_{i-1})}{\rho(i) - \rho(i-1)} \quad (28)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta}^e(\rho_i) = \frac{\varepsilon_{\theta}^e(\rho_i) - \varepsilon_{\theta}^e(\rho_{i-1})}{\rho(i) - \rho(i-1)} \quad (29)$$

$$\varepsilon_{\theta}(\rho_i) = \dot{\varepsilon}_{\theta}(\rho_i) (\rho(i) - \rho(i-1)) + \varepsilon_{\theta}(\rho_{i-1}) \quad (30)$$

بعلاوه، مقادیر متناظر کرنش‌های $\varepsilon_{r}^p(\rho_i)$ ، $\varepsilon_{\theta}^p(\rho_i)$ ، $\varepsilon_{r}^p(\rho_i)$ و $\varepsilon_{\theta}^p(\rho_i)$ با استفاده از معادله‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۹ به دست می‌آیند:

$$\varepsilon_{\theta}^p(\rho_i) = \varepsilon_{\theta}(\rho_i) - \varepsilon_{\theta}^e(\rho_i) \quad (31)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta}^p(\rho_i) = \dot{\varepsilon}_{\theta}(\rho_i) - \dot{\varepsilon}_{\theta}^e(\rho_i) \quad (32)$$

$$\dot{\varepsilon}_{r}^p(\rho_i) = K_{\Psi}(\rho_i) \dot{\varepsilon}_{\theta}^p(\rho_i) \quad (33)$$

$$\varepsilon_{r}^p(\rho_i) = \dot{\varepsilon}_{r}^p(\rho_i) (\rho(i) - \rho(i-1)) + \varepsilon_{r}^p(\rho_{i-1}) \quad (34)$$

$$\varepsilon_r(\rho_i) = \varepsilon_{r}^p(\rho_i) + \varepsilon_{r}^e(\rho_i) \quad (35)$$

$$\gamma_{(\rho_i)}^p = \varepsilon_{\theta}^p(\rho_i) - \varepsilon_{r}^p(\rho_i) \quad (36)$$

با تعیین تنش‌ها و کرنش‌ها در مرز خارجی ناحیه‌ی شکسته (یعنی در $\rho_1 = \rho$)، می‌توان مقادیر متوالی تنش‌ها و کرنش‌ها را از معادله‌های ۱۲ تا ۳۶ به دست آورد

با $p_w(\rho_i) - p_w(\rho_{i-1})$ در نظر گرفته شده است. مقادیر شعاع بی‌بعد المان ρ ، تنش شعاعی σ_r^e ، و مماسی σ_{θ}^e المان نیز به تقریب برابر با میانگین مقادیر آنها در شعاع داخلی و خارجی در نظر گرفته شده و سپس معادله‌ی حاصل برای $\sigma_r^e(\rho_i)$ حل شده است (معادله‌های ۱۲ و ۱۳).

$$\sigma_r^e(\rho_i) = \sigma_r^e(\rho_{i-1}) - \Delta P + M D_r - D_r \left[M^2 D_r^2 + 4M \sigma_r^e(\rho_{i-1}) - 2M \Delta P + 4\Omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$$\sigma_{\theta}^e(\rho_i) = \sqrt{M \sigma_r^e(\rho_i) + \Omega} + \sigma_r^e(\rho_i) \quad (13)$$

که در آنها مقادیر D_r ، ΔP ، M و Ω از روابط ۱۴ به دست می‌آیند:

$$D_r = \left[\frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\rho_{i-1} + \rho_i} \right] \quad (14)$$

$$\Delta P = p_w(\rho_{i r_e}) - p_w(\rho_{i-1 r_e})$$

$$M = m_{g(\rho_i)} \sigma_c$$

$$\Omega = s_{g(\rho_i)} \sigma_c^2 \quad (14)$$

فشار آب منفذی p_w در معادله‌ی ۱۴، از تحلیل هیدرولیکی به دست می‌آید. بنابراین تابعی از شعاع $r = R_p \rho_i$ است و نمی‌توان آن را برحسب شعاع بی‌بعد ρ_i نوشت. به هر حال تحلیل‌های مکانیکی و هیدرولیکی با تکرار تناوبی آنها به هم‌گرایی می‌رسند. فرض می‌شود که در ناحیه‌ی شکسته، کرنش‌های کل شامل بخش‌های کشسان و خمیری‌اند (رابطه‌ی ۱۵):

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p, \quad \varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{\theta}^e + \varepsilon_{\theta}^p \quad (15)$$

که در آن ε_r و ε_{θ} به ترتیب کرنش‌های کل شعاعی و مماسی، و زیربنویس‌های e و p مشخص‌کننده‌ی بخش‌های کشسان و خمیری هستند. براین اساس می‌توان رابطه‌ی ۱۵ را بدین صورت نوشت:

$$\dot{\varepsilon}_r = \dot{\varepsilon}_r^e + \dot{\varepsilon}_r^p, \quad \dot{\varepsilon}_{\theta} = \dot{\varepsilon}_{\theta}^e + \dot{\varepsilon}_{\theta}^p \quad (16)$$

که در آن «نقطه» مشخص‌کننده‌ی متغیرهایی است که نسبت به ρ از آنها مشتق گرفته شده است. در رابطه‌ی ۱۶، مؤلفه‌های کرنش کشسان را می‌توان از قانون هوک به دست آورد (رابطه‌های ۱۷ و ۱۸):

$$\varepsilon_r^e = \frac{1+\nu}{E} [(\nu - 1)(\sigma_r - p_0) + \nu(\sigma_{\theta} - p_0)] \quad (17)$$

$$\varepsilon_{\theta}^e = \frac{1+\nu}{E} [(\nu - 1)(\sigma_{\theta} - p_0) + \nu(\sigma_r - p_0)] \quad (18)$$

برای تابع پتانسیل موهر-کلمب رابطه‌ی بین مشتق مؤلفه‌های کرنش خمیری به صورت رابطه‌ی ۱۹ است:

$$\dot{\varepsilon}_r^p + K_{\Psi} \dot{\varepsilon}_{\theta}^p = 0 \quad (19)$$

که در آن K_{Ψ} از معادله‌ی ۲ به دست می‌آید. با ترکیب معادله‌های ۸ و ۹ در نظر گرفتن $r = R_p \rho_i$ معادله‌ی سازگاری ۲۰ به دست می‌آید:

$$\rho \frac{d\varepsilon_{\theta}}{d\rho} + \varepsilon_{\theta} = \varepsilon_r \quad (20)$$

با دیفرانسیل‌گیری از معادله‌ی ۲۰ نسبت به ρ معادله‌ی ۲۱ حاصل می‌شود:

$$2 \frac{d\varepsilon_{\theta}}{d\rho} + \rho \frac{d^2\varepsilon_{\theta}}{d\rho^2} = \frac{d\varepsilon_r}{d\rho} \quad (21)$$

۳.۳. ناحیه‌ی کشسان

با جایگذاری روابط قانون هوک (رابطه‌های ۱۷ و ۱۸) برای حالت کرنش صفحه‌یی در معادله‌ی تعادل ۷ و در نظر گرفتن معادله‌های ۸ و ۹، معادله‌ی دیفرانسیل ۴۵ برای تغییرشکل شعاعی u_r حاصل می‌شود:

$$-\frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} + \frac{d^2 u_r}{dr^2} = \frac{dp_w (\nu + 1)(1 - 2\nu)}{E(1 - \nu)} \quad (45)$$

که در آن u_r و p_w به ترتیب تغییرشکل شعاعی و فشار آب منفذی در فاصله شعاعی r ، E و ν مدول کشسانی و ضریب پواسون توده‌ی سنگ هستند.

همانطور که گفته شد، در معادله‌ی دیفرانسیل ۴۵ فشار آب منفذی در امتداد افقی اعمال شده است. معادله‌ی ۴۵، یک معادله‌ی دیفرانسیل خطی است؛ بنابراین، می‌توان از روش جمع آثار برای حل این معادله استفاده کرد. بر مبنای روش جمع آثار، کرنش کل برابر است با مجموع دو مؤلفه‌ی $\varepsilon_{r(r)}^{SE}$ و $\varepsilon_{r(r)}^{BU}$:

$$\varepsilon_{r(r)}^{SE} : \text{کرنش ناشی از نیروی حجمی تراوش.}$$

$$\varepsilon_{r(r)}^{BU} : \text{کرنش ناشی از فشار مرزی } \sigma'_r = \sigma'_{r(R_p)} \text{ اعمال شده بر شعاع ناحیه‌ی شکسته‌ی } r = R_p \text{ و فشار مرزی } \sigma'_r = p' \text{ اعمال شده بر } r = \infty.$$

روابط حاکم بر ناحیه‌ی کشسان در ضمیمه‌ی الف به دست آمده است.

۴. تحلیل هیدرولیکی

در تحلیل هیدرولیکی، علاوه بر نرخ تراوش، فشار آب منفذی در هر امتدادی (به خصوص امتداد افقی) محاسبه شده است. پژوهشگران نیز با چشم‌پوشی از کرنش حجمی کشسان، رابطه‌ی ۴۶ را برای نفوذپذیری وابسته به کرنش توده‌ی سنگ ارائه کرده و در آن فرض شده است که در نتیجه‌ی افزایش تنش در توده‌ی سنگ، چندین مجموعه‌ی شکستگی موازی با فاصله‌ی متوسط d_{av} و بازشدگی متوسط e_{av} در توده‌ی سنگ شکل می‌گیرد.^[۱] در نتیجه براساس رابطه‌ی $k = k_0 + \frac{g e_{av} n}{1 + \nu w}$ ، رابطه‌ی k را ارائه کرده‌اند ($n = \frac{1}{d_{av}}$ تعداد شکستگی‌ها در واحد طول تونل است). البته در این رابطه از تأثیر کرنش کشسان بین شکستگی‌ها صرف‌نظر شده است، زیرا که می‌تواند در نتایج خطا ایجاد کند:

$$k_r = k_{0r} (1 + \eta_B \varepsilon_v) \quad (46)$$

معادله‌ی ۴۶ را می‌توان با در نظر گرفتن اثر کرنش حجمی کشسان اصلاح کرد. بنابراین در این نوشتار، رابطه‌ی ۴۷ برای نفوذپذیری وابسته به کرنش ارائه شده است:

$$k_r = k_{0r} (1 + \eta_w (\varepsilon_v - \varepsilon_v^e)^2) \quad (47)$$

که در آن k_r نفوذپذیری ثانویه توده‌ی سنگ شکسته، k_{0r} نفوذپذیری اولیه توده‌ی سنگ، $\varepsilon_v^e = \varepsilon_r^e + \varepsilon_\theta^e$ و $\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta$ کرنش‌های حجمی کل و کشسان توده‌ی سنگ و η_w و η_B به ترتیب ضریب نفوذپذیری وابسته به کرنش در روش مذکور (رابطه‌ی ۴۶) و روش ارائه شده (رابطه‌ی ۴۷) هستند.

معادله‌ی ۴۷ در مقایسه با معادله‌ی ۴۶ برای محاسبه‌ی نفوذپذیری وابسته به کرنش دقیق‌تر است.

خطوط جریان و نواحی مختلف پیرامون تونل در شکل ۴ نمایش داده شده‌اند. بر این اساس، این فرضیات در تحلیل هیدرولیکی در نظر گرفته شده است:

(شکل ۲). در این ارتباط از شرایط مرزی عنوان شده در روابط ۳۷ الی ۳۹ برای شعاع ناحیه‌ی شکسته استفاده شده است:

$$\varepsilon_{r(\rho_1)} = \varepsilon_{r(\rho_1)}^e \quad \text{and} \quad \varepsilon_{r(\rho_1)}^p = 0 \quad (37)$$

$$\varepsilon_{\theta(\rho_1)} = \varepsilon_{\theta(\rho_1)}^e \quad \text{and} \quad \varepsilon_{\theta(\rho_1)}^p = 0 \quad (38)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta(\rho_1)} = \varepsilon_{r(\rho_1)} - \varepsilon_{\theta(\rho_1)} \quad (39)$$

برای تحلیل ناحیه‌ی شکسته لازم است که تنش‌های شعاعی مرزی ناحیه‌ی شکسته تعیین شوند (با توجه به شکل ۳، در شعاع خارجی یعنی شعاع ناحیه‌ی شکسته از اندرکنش ناحیه‌ی شکسته و ناحیه‌ی کشسان، و در شعاع داخلی یعنی شعاع تونل از اندرکنش پوشش و ناحیه‌ی شکسته).

۲.۳. شرایط مرزی در شعاع تونل

تنش شعاعی در شعاع تونل از شرط سازگاری تغییرشکل‌ها در این شعاع به دست می‌آید (رابطه‌ی ۴۰):

$$r_0 \varepsilon_{\theta, lining(r_0)} + \delta u_a = r_0 \varepsilon_{\theta, rock(r_0)} \quad (40)$$

که در آن $\varepsilon_{\theta, lining(r_0)}$ کرنش مماسی پوشش در شعاع تونل r_0 ، $\varepsilon_{\theta, rock(r_0)}$ کرنش مماسی توده‌ی سنگ در شعاع r_0 ، δu_a هم‌گرایی اولیه توده‌ی سنگ قبل از نصب پوشش است. در واقع، مقدار δu_a باید طوری انتخاب شود که تنش مماسی در سطح داخلی پوشش و تغییرشکل نهایی توده‌ی سنگ از حد مجاز خود تجاوز نکنند. با در نظر گرفتن شرط تقارن محوری، تنش‌های $\sigma'_{r(r)}$ و $\sigma'_{\theta(r)}$ در پوشش کشسان با نفوذپذیری ایزوتروپ از رابطه‌های ۴۱ و ۴۲ به دست می‌آیند:^[۲]

$$\sigma'_{r(r)} = \sigma'_{r(r)}^{SE} + \sigma'_{r(r_0)} \frac{r_i^2}{r_0^2 - r_i^2} (1 - \frac{r_i^2}{r_0^2}) + \sigma'_{r(r_0)} \quad (41)$$

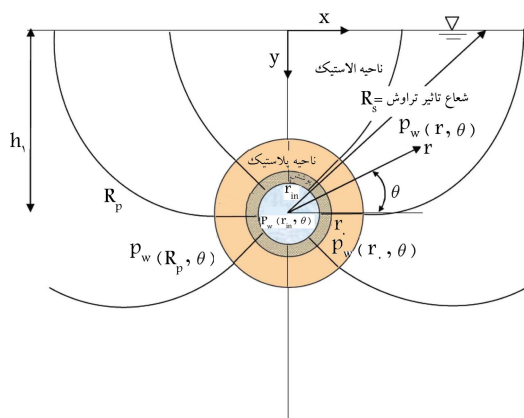
$$\sigma'_{\theta(r)} = \sigma'_{\theta(r)}^{SE} + \sigma'_{\theta(r_0)} \frac{r_i^2}{r_0^2 - r_i^2} (1 + \frac{r_0^2}{r_i^2}) + \sigma'_{\theta(r_0)} \quad (42)$$

که در آن $\sigma'_{r(r_0)}$ فشار مرزی بین پوشش و توده‌ی سنگ و $\sigma'_{\theta(r_0)}$ تنش‌های ناشی از نیروی تراوش در شعاع r هستند و با حل معادله‌ی دیفرانسیل، تغییرشکل تحت بار تراوش شعاعی از رابطه‌های ۴۳ و ۴۴ به دست می‌آید:^[۲]

$$\sigma'_{r(r)}^{SE} = (p_0 - p_i) \frac{(1 - \frac{r_i^2}{r^2})}{(\frac{r_i^2}{r_i^2} - 1)} \frac{1}{2(1 - \nu_c)} + \frac{(p_0 - p_i) \log(\frac{r_0}{r_i})}{2(1 - \nu_c) \log(\frac{r_0}{r_i})} \quad (43)$$

$$\sigma'_{\theta(r)}^{SE} = (p_0 - p_i) \frac{(1 + \frac{r_i^2}{r^2})}{(\frac{r_i^2}{r_i^2} - 1)} \frac{1}{2(1 - \nu_c)} + \frac{(p_0 - p_i) (\log(\frac{r_0}{r_i}) + 1 - 2\nu_c)}{2(1 - \nu_c) \log(\frac{r_0}{r_i})} \quad (44)$$

که در آن ν_c ضریب پواسون پوشش کشسان و p_0 و p_i به ترتیب فشار آب در سطوح خارجی و داخلی پوشش‌اند. به علاوه مقادیر متناظر کرنش $\varepsilon_{r(r)}$ و $\varepsilon_{\theta(r)}$ از قانون هوک برای تونل بلند (حالت کرنش صفحه‌یی) قابل محاسبه‌اند.



شکل ۴. تراوش در نواحی مختلف پیرامون تونل.

که در آن $P_{w(r, \theta=90^\circ)}$ مشخص‌کننده فشار آب منفذی در امتداد قائم بالای تونل است. از سوی دیگر، در ناحیه‌ی شکسته با جریان تراوش شعاعی، با استفاده از قانون دارسی ($V = -k_r \frac{dh_w}{dr}$) نمود برابر با $\frac{q}{2\pi k_r r}$ به دست می‌آید. بنابراین با انتگرال‌گیری از نواحی هد آب بین حدود r_0 و r ، و استفاده از رابطه‌ی برنولی فشار آب منفذی در ناحیه‌ی شکسته در امتداد قائم به دست می‌آید (رابطه‌ی ۵۱):

$$p_{w(r, \theta=90^\circ)} = \frac{\gamma_w q}{2\pi} \int_{r_0}^r \frac{1}{k_r r} dr + p_{w(r_0, \theta=90^\circ)} - \gamma_w (r - r_0) \quad (51)$$

که در آن k_{0r} نفوذپذیری وابسته به کرنش توده‌ی سنگ شکسته در شعاع r است و از رابطه‌ی ۴۷ به دست می‌آید. نرخ تراوش (q) نیز از مسای قرار دادن رابطه‌های ۵۰ و ۵۱ در شعاع ناحیه‌ی شکسته و حل معادله‌ی ۵۲ به دست می‌آید (نرخ جریان تراوش رو به داخل مثبت فرض می‌شود):

$$q = 2\pi \frac{\gamma_w h_1 - p_{w(r_0, \theta=90^\circ)}}{\gamma_w} \frac{1}{\int_{r_0}^{r_c} \frac{1}{k_r r} dr - \frac{1}{k_r} \log(c_w)} \quad (52)$$

با استفاده از رابطه‌ی ۴۶ و معادله‌ی دارسی ($dh_w = \frac{q}{2\pi k_r r} dr$) فشار آب منفذی نواحی شکسته و کشسان در امتداد افقی از رابطه‌ی ۵۳ به دست می‌آید:

$$p_{w(r, \theta=0^\circ)} = \begin{cases} \frac{\gamma_w q}{2\pi k_r} \log \left(c_w \sqrt{\frac{r^2 + c_w^2 R_p^2}{c_w^2 r^2 + R_p^2}} \right) + \gamma_w h_1 & (r \geq R_p) \\ \frac{\gamma_w q}{2\pi} \int_{r_0}^r \frac{1}{k_r r} dx + p_{w(r_0, \theta=0^\circ)} & (r \leq R_p) \end{cases} \quad (53)$$

اگرچه فرض جریان شعاعی در ناحیه‌ی کشسان برای محاسبه‌ی گرادیان فشار آب منفذی در امتداد افقی به خصوص در مقادیر کوچک $\frac{R_p}{h_1}$ منطقی است، اما در مقادیر بالای $\frac{R_p}{h_1}$ باعث شود که نرخ تراوش دست‌بالا تخمین زده شود.

۵. فرایند محاسبه

فرایند محاسبه براساس این مراحل انجام می‌شود (شکل ۵):

۱. برای دستیابی به مقادیر اولیه شامل: شعاع ناحیه‌ی شکسته R_p ، توزیع کرنش، و نفوذپذیری، تحلیل بدون اعمال فشار آب منفذی انجام می‌شود.
۲. با استفاده از توزیع نفوذپذیری به دست آمده در مرحله‌ی قبل، نرخ تراوش و توزیع فشار آب منفذی برحسب $\frac{r}{R_p}$ محاسبه می‌شود (با توجه به بخش ۴).
۳. با استفاده از شعاع ناحیه‌ی شکسته‌ی محاسبه‌شده، تنش‌ها و کرنش‌های مرزی در این شعاع محاسبه می‌شوند (با توجه به ضمیمه‌ی الف).
۴. با استفاده از شرایط مرزی در شعاع ناحیه‌ی شکسته، مقادیر متوالی تنش و کرنش در ناحیه‌ی شکسته محاسبه می‌شوند. برای این منظور نسبت شعاع ناحیه‌ی شکسته $\rho_i = \left[\frac{r}{R_p} \right]_i$ از مقدار اولیه‌ی آن در شعاع ناحیه‌ی شکسته (یعنی $\rho_i = \frac{r}{R_p} = 1$) پیاپی کاسته می‌شود تا شرایط تعادل و سازگاری تغییرشکل‌ها در شعاع تونل ارضا شود. بنابراین اگر مقادیر تنش‌های شعاعی و کرنش‌های مماسی در یک مقدار ρ_i معادله‌ی ۴۰ را ارضا کنند، محاسبات متوقف می‌شوند (با توجه به شکل ۳). در این شرایط، شعاع ناحیه‌ی شکسته‌ی جدید از تقسیم r_0 بر ρ_i نهایی محاسبه می‌شود.

- جریان تراوش شعاعی در ناحیه‌ی شکسته شکل می‌گیرد. سطح مقطع تونل و مرز نواحی کشسان و شکسته‌ی دایره‌ی شکل‌اند و هد آب در هر یک از آنها ثابت فرض می‌شود. بنابراین برای دستیابی به نتایج قابل قبول نسبت $\frac{R_p}{h_1}$ باید به مقدار کافی کوچک باشد (با توجه به شکل ۴).
 - سطح آب زیرزمینی افقی و هد هیدرولیکی آن ثابت است و تراوش بر موقعیت آن اثر نمی‌گذارد.
 - فرض می‌شود که جریان به سطح پایدار خود رسیده است.
- با فرض اینکه سطح تراز از مرکز تونل بگذرد، رابطه‌ی برنولی منفذی وجود خواهد داشت (که در آن (r, θ) مختصات قطبی، γ_w وزن مخصوص آب، و h_w هد هیدرولیکی است).
- همچنین در پژوهشی با استفاده از متغیرهای مختلط و نگاشت‌های تطبیقی، جریان تراوش برای یک حفره‌ی دایره‌ی زیر سطح آب زیرزمینی در یک محیط با نفوذپذیری هموزن و ایزوتروپ به صورت تحلیلی بررسی شده است^[۲۴] که از نتایج آن در این پژوهش برای تحلیل هیدرولیکی ناحیه‌ی کشسان استفاده شده است. لذا براساس معادلات مذکور^[۲۴] رابطه‌ی ۴۸ برای توزیع فشار منفذی ناحیه‌ی کشسان به دست می‌آید (در اینجا شعاع حفره، شعاع ناحیه‌ی شکسته است):

$$P_{w(r, \theta)} = \frac{\gamma_w q}{2\pi k_r} \log \left(c_w \sqrt{\frac{r^2 \cos^2 \theta + (r \sin \theta - c_w R_p)^2}{c_w^2 r^2 \cos^2 \theta + (c_w r \sin \theta - R_p)^2}} \right) + \gamma_w (h_1 - r \sin \theta) \quad (48)$$

که در آن c_w از رابطه‌ی ۴۹ به دست می‌آید:

$$c_w = \frac{h_1 - \sqrt{h_1^2 - R_p^2}}{R_p} \quad (49)$$

و q نرخ تراوش، k_{0r} نفوذپذیری اولیه‌ی توده‌ی سنگ، γ_w وزن مخصوص آب، R_p شعاع ناحیه‌ی شکسته، و h_1 عمق تونل از سطح آب زیرزمینی است.

رابطه‌ی ۴۶ برای تونل‌های خیلی کم عمق تا تونل‌های خیلی عمیق، زیر سطح آب زیرزمینی قابل استفاده است^[۲۴]. با استفاده از معادله‌ی ۴۹، توزیع فشار آب منفذی در امتداد قائم ($\theta = 90^\circ$) و در ناحیه‌ی کشسان از رابطه‌ی ۵۰ به دست می‌آید:

$$P_{w(r, \theta=90^\circ)} = \frac{\gamma_w q}{2\pi k_r} \log \left(\frac{c_w R_p - c_w r}{c_w r - R_p} \right) + \gamma_w (h_1 - r) \quad (50)$$

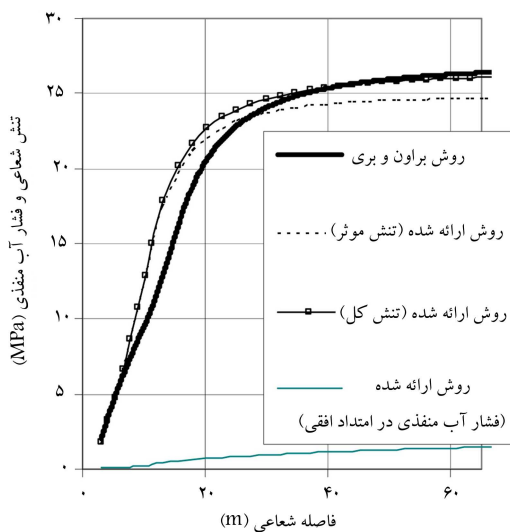
تنش هیدروستاتیک کل به دست می‌آید. در روش براون و بری به دلیل در نظر گرفتن الگوی جریان شعاعی، شعاع تأثیر جریان $R = 150$ m در نظر گرفته شده است.

گل سنگ و لای سنگ با کیفیت تقریباً خوب با پارامترهای معیار مقاومت $m_r = 0.7$ و $s_r = 0.0001$ ، $m_i = 0.65$ ، $s_i = 0.0002$ ، $\sigma_c = 40$ MPa در این عمق وجود دارد. پارامترهای مدل رفتاری هوک و براون شامل $E = 20$ GPa، $\nu = 0.12$ ، $\alpha = 37.5$ ، $f = 1.2$ و $h = 370$ است. در صورتی که شبیه‌سازی انجام شود، پارامترهای مدل رفتاری استفاده شده در این نوشتار با توجه به شکل ۱ به این شرح به دست می‌آیند. با در نظر گرفتن $h = 370$ m، $\alpha = \frac{\epsilon_1^{residual}}{\epsilon_1^{peak}}$ و $f = \frac{1 + \sin \Psi_r}{1 - \sin \Psi_r}$ ، $\frac{1 + \sin \Psi_i}{1 - \sin \Psi_i}$ نرم‌شوندگی کرنش در مدل براون و بری را نشان می‌دهد و h و f به ترتیب شیب ϵ_1^p نسبت به ϵ_1^p در نواحی نرم‌شوندگی کرنش و پسماند $\epsilon_1^{residual}$ ، ϵ_1^{peak} و ϵ_1^p و ϵ_1^p به ترتیب کرنش بزرگتر در نقطه‌ی پیک، کرنش بزرگتر در نقطه‌ی پسماند، کرنش کوچک‌تر خمیری، و کرنش بزرگ‌تر خمیری هستند، مقادیر $\Psi_i = 30^\circ$ ، $\Psi_r = 57.21^\circ$ و $\gamma^{p*} = 0.41$ برای مدل رفتاری در این نوشتار استفاده شده است.

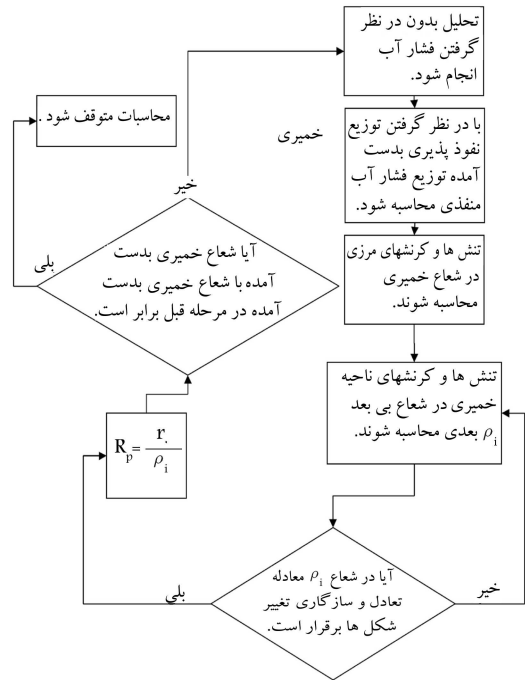
در این مثال از ثابت تناسب یکسان $\eta = \eta_w = 10^5$ برای هر دو روش استفاده شده است (با توجه به رابطه‌های ۴۴ و ۴۵).

پوشش بتنی با شعاع داخلی $r_i = 2.75$ m و خارجی $r_o = 3.70$ m مقاومت فشاری تک‌محوری $\sigma_{cc} = 35$ MPa و ثابت‌های کشسان $E_c = 25$ MPa و $\nu_c = 0.25$ نصب شده است. نفوذپذیری آن مانند سنگ اولیه m/s و $k_{c,r} = k_{c,t} = 10^{-6}$ است. به علاوه هم‌گرایی مجاز توده‌ی سنگ قبل از نصب پوشش 0.14334 m است. شکل‌های ۶ و ۷ توزیع تنش‌ها و فشار آب منفذی پیرامون تونل حاصل از روش ۲ را نشان می‌دهد. شکل ۸ نیز منحنی هم‌گرایی زمین را که از مدل فوق به دست آمده است، نشان می‌دهد.

در شکل ۸ برای مدل ارائه‌شده‌ی منحنی‌های فشار اندرکنش کل و مؤثر و برای روش براون و بری منحنی فشار اندرکنش کل نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که برای یک فشار داخلی مشخص، تغییر شکل‌های به دست آمده از روش براون و بری بزرگ‌تر از تغییر شکل‌های حاصل از روش ارائه‌شده هستند. باید توجه داشت که



شکل ۶. توزیع تنش شعاعی و فشار آب منفذی پیرامون تونل.



شکل ۵. فلوجارت محاسبات.

۵. مراحل ۲ تا ۵ تا وقتی که تحلیل به هم‌گرایی لازم برسد، متناوباً تکرار می‌شوند.

۶. سرانجام تنش‌ها و کرنش‌ها در ناحیه‌ی کشسان محاسبه می‌شوند.

منحنی هم‌گرایی زمین برای توده‌ی سنگ پیرامون تونل با رابطه‌ی بین فشار داخلی تونل $\sigma_r(r)$ و هم‌گرایی شعاعی $u_r(r)$ را نیز می‌توان از نتایج تحلیل فوق به دست آورد. برای این منظور نقاط روی منحنی هم‌گرایی دارای مختصات قائم $\sigma_r(r) = \sigma_r'(r)$ و $u_r(r) = \epsilon \theta(r) r_0$ افقی هستند.

۶. برنامه‌ی رایانه‌ی و مثال‌ها

برنامه‌ی رایانه‌ی بی به زبان فرترن بر اساس راه‌حل ارائه‌شده نوشته شده است. از این برنامه برای تحلیل چندین نمونه تونل و بررسی قابلیت‌های روش ارائه‌شده استفاده شده است.

۱.۶. مقایسه با روش براون و بری [۱]

تفاوت‌های روش ارائه‌شده با روش براون و بری در جهت افزایش دقت محاسبات در مقدمه و بخش ۴ توضیح داده شده است. در این مثال یک تونل با استفاده از روش ارائه‌شده و روش براون و بری [۱] تحلیل و نتایج مقایسه می‌شوند. داده‌های ورودی برای دو تونل از مقاله‌ی براون و بری [۱] انتخاب شده‌اند. به هر حال چون مدل رفتاری استفاده‌شده در این نوشتار با مدل رفتاری براون و بری تفاوت دارد (با توجه به شکل ۱) داده‌های مدل رفتاری مربوط شبیه‌سازی می‌شوند تا بتوان از آنها در مدل استفاده کرد.

تونلی با شعاع $r_0 = 3.70$ m در توده‌ی سنگ با تنش هیدروستاتیک کل اولیه $p_0 = 27$ MPa حفر می‌شود. به علاوه عمق تونل از سطح آب زیرزمینی $h_1 = 300$ m است. بنابراین تنش هیدروستاتیک مؤثر در عمق تونل $p'_0 = 24.6$ MPa است که از کم‌کردن فشار آب در آن عمق از

جدول ۱. مقایسه‌ی نتایج حاصل از دو روش براون و بری^[۱] و روش ارائه شده.

روش براون و بری	روش ارائه شده	نتایج تحلیل
تنش کل: ۱/۹۸	تنش کل: ۱/۷۹	تنش مؤثر: ۱/۷۳
۱۶/۷۳	۱۷/۰۰	۱۵/۶۶
۲۴/۸۴	۲۲/۴۲	
۱۴۵/۹	۱۴۶/۲۷	
۱۶/۰۲	۱۱/۹۲	
۱۰/۱۴۶	۷/۴۱	
۵۰۵	۴۲۷	

۲.۶. مقایسه با روش عددی

در روش ارائه شده فرضیاتی ساده‌کننده مانند در نظر گرفتن جریان شعاعی در ناحیه‌ی شکسته (معادل با در نظر گرفتن خطوط هم هد دایره‌ی شکل در این ناحیه)، استفاده از مدل متقارن محوری و انجام تحلیل‌های مکانیکی و هیدرولیکی به صورت جداگانه در نظر گرفته شده است که ممکن است در نتایج تحلیل خطاهایی ایجاد کنند. برای بررسی تأثیرات این فرضیات از برنامه‌ی [۲۵] "FLAC" به منزه‌ی یک برنامه‌ی عددی تفاضل محدود (FDM) استفاده شده است، لذا تونل خاصی با مشخصات هندسی، مکانیکی و هیدرولیکی زیر انتخاب شده است:

$$r_i = 2.7 \text{ m}, \quad r_o = 3.0 \text{ m}, \quad p_o = 1.0 \text{ MPa},$$

$$m_i = 0.5, \quad s_i = 0.002, \quad m_r = 0.1, \quad s_r = 0.0001,$$

$$\sigma_c = 4.0 \text{ MPa}, \quad E = 15 \text{ GPa}, \quad \nu = 0.2,$$

$$\gamma^{P*} = 0.0035, \quad \Psi_i = 3.0^\circ, \quad \Psi_r = 5.22^\circ,$$

$$k_c = 1.0^{-6}, \quad k_{*r} = 1.0^{-7} \text{ m/s}, \quad \eta_w = 1.0^0, \quad h_1 = 1.9 \text{ m},$$

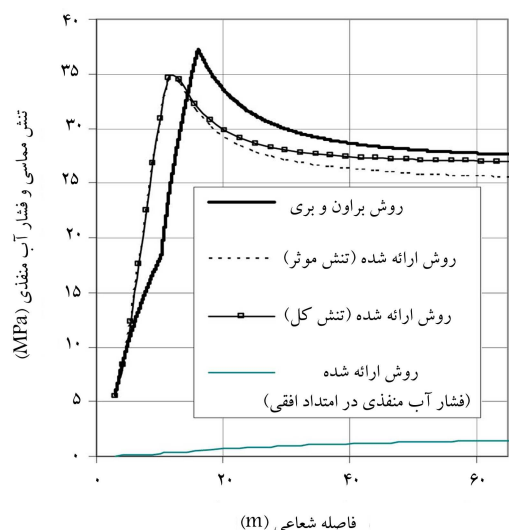
$$\sigma_{cc} = 3.5 \text{ MPa}, \quad E_c = 2.0 \text{ GPa}, \quad \nu_c = 0.25,$$

$$\delta u_a = 0.1 \text{ m}$$

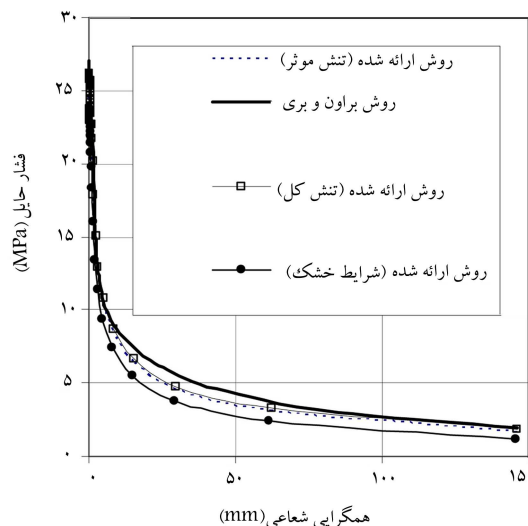
در مورد تحلیل عددی چون پوشش نفوذپذیر است و تراوش در ناحیه‌ی گسترده پیرامون تونل شکل می‌گیرد؛ بنابراین، از یک سو پوشش باید یک ناحیه‌ی مجزا و مش بندی این ناحیه خیلی ریزتر در نظر گرفته شود، و از سوی دیگر ناحیه‌ی بزرگی از توده‌ی سنگ پیرامون تونل (۲ تا ۳ برابر h_1) باید در هندسه‌ی مدل لحاظ شود.

تحلیل عددی با کوپل کامل هیدرومکانیکی برای تونل مورد نظر انجام شده است. در این مدل، مش ریزتر (با ابعاد کمیته‌ی ۳۰ سانتی‌متر) در مجاورت تونل و مش درشت‌تر در نقاط دورتر از تونل انتخاب شده‌اند. در این حالت نتایج پایدار و متقارن حاصل می‌شود. به هر حال اگر مش ریزتری استفاده شود، دو شاخگی و کرنش موضعی ممکن است روی دهند.^[۱۷، ۱۸] در مدل عددی، تنش‌های اولیه در مرزهای مدل و فشار آب منفذی در سطح آب زیرزمینی، مرزهای جانبی و مرز تحتانی ثابت شده‌اند. قبل از حفاری میدان تنش و فشار آب منفذی اولیه به تمام ناحیه‌ی سنگی وارد می‌شود و توده‌ی سنگ به تعادل کشسان اولیه می‌رسد. پس از اعمال هم‌گرایی اولیه $\delta u_a = 0.1 \text{ m}$ بدون پوشش، پوشش نصب می‌شود.

با این وجود در روش عددی فرایند محاسبه به شدت وقت‌گیر است و برای هم‌گرایی نتایج، لازم است گام‌های زیادی انجام شود.



شکل ۷. توزیع تنش مماسی و فشار آب منفذی پیرامون تونل.



شکل ۸. مقایسه‌ی منحنی‌های هم‌گرایی زمین.

در روش ارائه شده، محاسبات براساس تنش کل هستند. در این شکل، نمودار مربوط به تونل حفر شده در محیط خشک با فشار هیدروستاتیک $p_o = 2.46 \text{ MPa}$ نیز رسم شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که به دلیل در نظر نگرفتن کرنش‌های کشسان در ناحیه‌ی شکسته‌ی تغییر شکل‌های حاصل از روش براون و بری کمتر از مقادیر دقیق هستند. همچنین مشاهده می‌شود که نیروی تراوش باعث افزایش هم‌گرایی تونل می‌شود. در جدول ۱ نیز مقایسه‌ی نتایج تحلیل به دست آمده از دو روش فوق نشان داده شده است.

مشاهده می‌شود که به دلیل صرف نظر از کرنش‌های کشسان در ناحیه‌ی خمیری^[۱۶] روش براون و بری در محاسبه‌ی تنش‌های پیرامون تونل و شعاع ناحیه‌ی شکسته و شعاع پسماند با مشکل روبروست و شعاع ناحیه‌ی شکسته و شعاع پسماند بیشتر از مقدار دقیق را به دست می‌دهد.^[۱] از سوی دیگر، در روش براون و بری نرخ تراوش فقط برای تونل‌های عمیق از سطح آب زیرزمینی قابل استفاده است، و این مقدار شدیداً به شعاع نرخ تراوش انتخابی بستگی دارد.

و هم‌گرایی) و توزیع فشار آب منفذی در امتداد افقی به‌دست آمده از ۲ روش نمایش داده شده‌اند. برای رسم منحنی هم‌گرایی نیز هم‌گرایی نهایی و فشار اندرکنش پوشش -توده‌ی سنگ در هم‌گرایی‌های اولیه‌ی مختلف محاسبه شده‌اند.

می‌توان مشاهده کرد که نتایج مکانیکی و هیدرولیکی روش ارائه‌شده به روش عددی نزدیک‌اند. می‌توان گفت که روش ارائه‌شده در صورتی که این موارد تأمین شود، نتایج مناسبی خواهد داشت:

۱. در مورد تحلیل هیدرولیکی نسبت $\frac{R_p}{h_1}$ تا حد منطقی کوچک باشد (حدوداً کوچکتر از $\frac{1}{3}$) چون در واقع خطوط هم‌هد در ناحیه‌ی شکسته عموماً دایره‌یی شکل نیستند (در ارتباط با فرض جریان شعاعی در ناحیه‌ی شکسته).

۲. در مورد تحلیل مکانیکی، عمق تونل از سطح آب زیرزمینی خیلی کمتر نباشد (دست‌کم ۵ تا ۱۰ برابر شعاع تونل). چون عموماً توزیع فشار آب منفذی در امتدادهای مختلف پیرامون تونل یکسان نیست. به هر حال در مورد تونل‌های با عمق کم از سطح آب زیرزمینی، اثر تراوش و فشار آب منفذی در تحلیل مکانیکی ناچیز است. بنابراین روش تحلیل ارائه‌شده در محدوده‌ی تونل‌های با عمق کم تا تونل‌های با عمق زیاد از سطح آب زیرزمینی قابل استفاده است.

به هر حال در نسبت‌های بزرگ (بزرگتر از $\frac{1}{3}$) فرض جریان شعاعی در ناحیه‌ی شکسته منجر به خطای ناچیزی در تحلیل‌های مکانیکی و هیدرولیکی می‌شود. با بزرگتر شدن $\frac{R_p}{h_1}$ ممکن است در محاسبه‌ی نرخ تراوش خطای غیرقابل‌قبولی ایجاد شود.

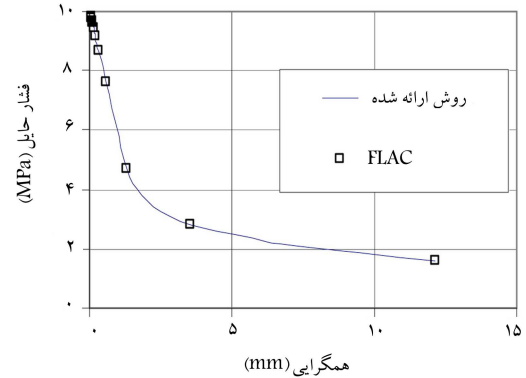
۳.۶. اثر نفوذپذیری وابسته به کرنش

در این مثال اثر پارامتر η_w (مربوط به معادله‌ی ۴۷) در نتایج تحلیل مکانیکی و هیدرولیکی بررسی می‌شود. داده‌های ورودی مانند مثال اول هستند، مگر اینکه در این حالت عمق تونل از سطح آب زیرزمینی $h_1 = 50$ m باشد. نمودار تغییرات نرخ تراوش برحسب تغییرات این پارامتر در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. این نمودار نشان می‌دهد که نرخ تراوش یک حد فوقانی $q_{max} = 143 \text{ cm}^3/\text{s}$ و یک حد تحتانی $q_{min} = 88 \text{ cm}^3/\text{s}$ دارد و مقادیر تراوش در کیهی حالات بین این دو مقدار قرار می‌گیرند. از سوی دیگر، اثر η_w در نتایج تحلیل مکانیکی ناچیز است. برای مثال در صورتی‌که از روش ارائه‌شده استفاده شود، می‌توان نتیجه گرفت که فشار اندرکنش پوشش -توده‌ی سنگ از $\sigma'_{r(r_1)} = 17.33 \text{ MPa}$ در $\eta = 0^\circ$ تا $\sigma'_{r(r_1)} = 17.25 \text{ MPa}$ در $\eta > 10^\circ$ تغییر می‌کند. در نتیجه، وقتی فقط نتایج تحلیل مکانیکی صرف لازم هستند، فرض نفوذپذیری وابسته به کرنش قابل چشم‌پوشی است.

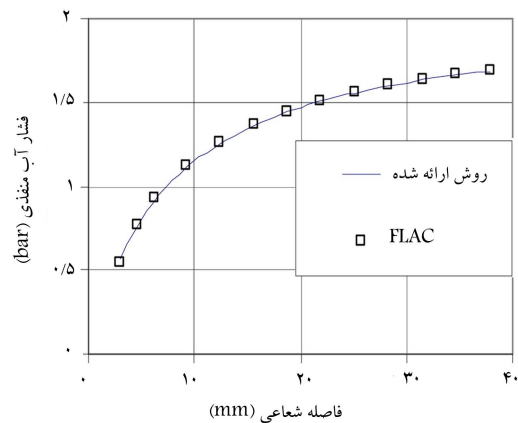
۷. نتیجه‌گیری

یک روش تحلیلی - عددی غیر بسته برای محاسبه‌ی تونل‌های زیر سطح آب زیرزمینی (حفرشده در توده‌ی سنگ با رفتار کشسان خمیری با نرم‌شوندگی کرنش و معیار مقاومت هوک و براون) ارائه شده است، که در طراحی این تونل‌ها قابل استفاده است. در روش ارائه‌شده، معادلات حاکم بر ناحیه‌ی شکسته پیرامون تونل به صورت عددی و معادلات حاکم بر ناحیه‌ی کشسان به صورت تحلیلی حل شده است. چند مثال برای مشخص کردن قابلیت این روش ارائه شده است. نتایج تحلیل با نتایج روش براون و بری^[۱] مقایسه و نشان داده شد که در مقایسه با روش‌های دیگر از جمله روش براون و بری، روش ارائه‌شده کارایی بالاتری دارد. نتایج تحلیل نشان دادند که

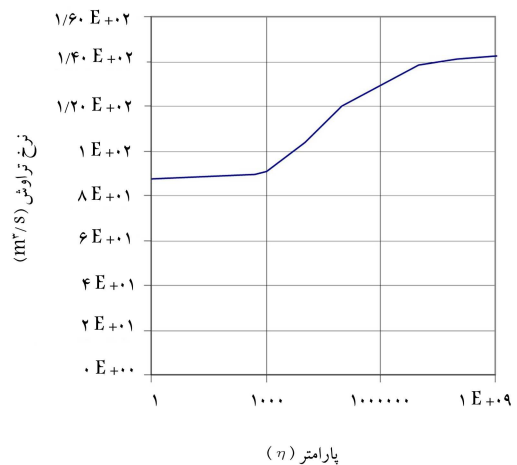
تونل موردنظر با استفاده از ۲ روش تحلیل می‌شود. در مورد این تونل شعاع ناحیه‌ی شکسته‌ی به‌دست آمده از تحلیل ارائه‌شده 6.38 متر است، بنابراین نسبت $\frac{R_p}{h_1} \approx \frac{1}{3}$ خیلی کوچک نیست. از سوی دیگر، در تحلیل عددی گستردگی ناحیه‌ی شکسته در امتدادهای تاج، دیواره و کف تونل به ترتیب 6.39 ، 6.36 و 6.40 متر است. در شکل‌های ۹ و ۱۰ منحنی‌های هم‌گرایی زمین (رابطه‌ی فشار داخلی تونل



شکل ۹. مقایسه‌ی منحنی‌های هم‌گرایی زمین به‌دست آمده از روش ارائه‌شده با روش عددی در امتداد افقی.



شکل ۱۰. مقایسه‌ی توزیع فشار منفذی تونل به‌دست آمده از روش ارائه‌شده با روش عددی در امتداد افقی.



شکل ۱۱. اثر η_w بر نرخ تراوش به داخل تونل.

کوچک باشد، نتایج قابل قبولی حاصل می‌شود. همچنین مشخص شد که اثر فرض نفوذپذیری وابسته به کرنش در نتایج تحلیل مکانیکی صرف (مثلاً تنش و کرنش در پوشش و توده‌ی سنگ) ناچیز است. به هر حال برای محاسبات هیدرولیکی شامل تراوش و فشار آب منفذی، در نظر گرفتن نفوذپذیری وابسته به کرنش لازم است.

تراوش به صورت یک بار حجمی رو به داخل (با افزایش تنش مؤثر) باعث افزایش تغییرشکل‌های پیرامون تونل و در نتیجه باعث کاهش پایداری می‌شود و باید در تحلیل در نظر گرفته شود. مقایسه با نتایج تحلیل عددی نشان داد که اگر نسبت $\frac{R_p}{h_1}$ به میزان منطقی

پانویس‌ها

1. bifurcation
2. strain localization

منابع (References)

1. Brown, E.T. and Bray, J.W. "Rock-lining interaction calculations for pressure shafts and tunnels", ISRM International Symposium, Aachen, (26-28 May 1982).
2. Fazio, L.A. and Ribacchi, R. "Influence of seepage on tunnel stability", *Proc. ISRM International Symposium on Design and Performance of Underground Excavations*, Cambridge, British Geotechnical Soc., pp. 173-181 (1984).
3. Schleiss, A.J. "Design of pervious pressure tunnels", *International Water Power and Dam Construction*, **38**(5), pp. 21-26 (1986).
4. Carosso, G. and Giani, G.P. "Analytical solutions for potentials and stresses around a cavity under a water table", *Tunnels and water*, Serrano(ed), Balkema, Rotterdam. ISBN, pp. 1209-1217 (1989).
5. Fernandez, G. and Alvarez, T.A. "Seepage-induced effective stresses and water pressures around pressure tunnels", *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, **120**(1), pp. 108-128 (1994).
6. Bobet, A. and Nam, S.W. "Liner stresses in deep tunnels below the water table", *Tunneling and Underground Space Technology*, **21**(6), pp. 626-635 (2006).
7. Bobet, A. and Nam, S.W. "Stresses around pressure tunnels with semi-permeable liners", *Rock Mechanics and Rock Engineering*, **40**(3), pp. 287-315 (2007).
8. Bobet, A. "Characteristic curves for deep circular tunnels in poroplastic rock", *Rock Mechanics and Rock Engineering*, **43**, pp. 185-200 (2010).
9. Lee, S.W., Jung, J.W., Nam, S.W. and Lee, I.M. "The influence of seepage forces on ground reaction curve of circular opening", *Tunnelling and Underground Space Technology*, **22**(1), pp. 28-38 (2007).
10. Fahimifar, A. and Zareifard, M.R. "A theoretical solution for analysis of tunnels below groundwater considering the hydraulic-mechanical coupling", *Tunneling and Underground Space Technology*, **24**, pp. 634-646 (2009).
11. Fahimifar, A. and Zareifard, M.R. "A new closed-form solution for analysis of unlined pressure tunnels under seepage forces", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Article first published online: 7 JUN 2012, DOI: 10.1002/nag. 2101 (2012).
12. Carranza-Torres, C. and Zhao, J. "Analytical and numerical study of the effect of water pressure on the mechanical response of cylindrical lined tunnels in elastic and elasto-plastic porous media", *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, **46**(3), pp. 531-547 (2009).
13. Shin, Y.J., Kim, B.M., Shin, J.H. and Lee, I.M. "The ground reaction curve of underwater tunnels considering seepage forces", *Tunneling and Underground Space Technology*, **25**(4), pp. 315-324 (2010).
14. Shin, J.H., Lee, I.M. and Shin, Y.J. "Elasto-plastic seepage-induced stresses due to tunneling", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **35**(13), pp. 1432-1450 (2011).
15. Hoek, E. and Brown, E.T. "Empirical strength criterion for rock masses", *J. Geotech. Engng Div., ASCE*, **106**(GT9), pp. 1013-1035 (1980).
16. Lee, Y.K. and Pietruszczak, S. "A new numerical procedure for elasto-plastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass", *Tunnel Tunneling and Underground Space Technology*, **23**(5), pp. 588-599 (2008).
17. Alonso, E., Alejano, L.R., Varas, F., Fdez-Manin, G. and Carranza-Torres, C. "Ground response curves for rock masses exhibiting strain softening behavior", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **27**(13), pp. 1153-1185 (2003).
18. Varas, F., Alonso, E., Alejano, L. and Fdez-Manin, G. "Study of bifurcation in problem of unloading a circular excavation in a strain softening material", *Tunnelling and Underground Space Technology*, **20**(4), pp. 311-322 (2005).
19. Terzaghi, K. "Die berechnung der durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der", *Hydrodynamischen Spannungserscheinung. Stiz. Akad. Wissen. Wien Mathnaturw Kl, Part Iia* 32, pp. 125-138 (1923).
20. Skempton, A.W. "Effective stress in soils, concrete and rock", *Pore Pressure and Suction in Soils*, Butterworth, London, pp. 4-16 (1970).
21. Barton, N.R., Lien, R. and Lunde, J. "Engineering classification of rock masses for the design of tunnel lining", *Rock Mechanics*, **6**(4), pp.189-239 (1974).

22. Bieniawski, Z.T. "Rock mass classifications in rock engineering", In: Bieniawski, Z.T. (Ed.), *Exploration for Rock Engineering*, 1, Balkema, Cape Town (1976).
 23. Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, New York (1970).

24. Kolymbas, D. and Wagner, P. "Groundwater ingress to tunnels-the exact analytical solution", *Tunnelling and Underground Space Technology*, pp. 1-5 (2006).
 25. Itasca. User manual for FLAC, Version 4.0. Itasca Consulting Group Inc.: Minnesota (2000).

کرنش‌های مماسی و شعاعی $\varepsilon_{r(r)}^{SE}$ و $\varepsilon_{\theta(r)}^{SE}$ متناظر با نیروی تراوش از جایگزینی رابطه‌ی ۳ الف در رابطه‌های ۸ و ۹ به دست می‌آیند (رابطه‌های ۵ الف الی ۸ الف):

$$\varepsilon_{\theta}^{SE}(r) = -C_1 - \frac{1}{r^2} C_2 - \frac{1}{4} \frac{(\lambda + \nu)(\lambda - 2\nu)}{E c_w^* r^2 (\lambda - \nu)} \alpha_q S_1 \quad (\text{الف } 5)$$

$$\varepsilon_r^{SE}(r) = C_1 + \frac{1}{r^2} C_2 - \frac{1}{4} \frac{(\lambda + \nu r)(\lambda - 2\nu)}{E c_w^* r^2 (\lambda - \nu)} \alpha_q (S_r + S_r) \quad (\text{الف } 6)$$

$$S_r = \left(2r^2 c_w^* - r^2 c_w^* \right) \log \left(\frac{r^2 + c_w^* R_p^2}{c_w^* r^2 + R_p^2} \right) + R_p^2 \log \left(c_w^* r^2 + R_p^2 \right) - R_p^2 c_w^* \log \left(r^2 + c_w^* R_p^2 \right) \quad (\text{الف } 7)$$

$$S_r = \frac{2r^2 R_p^2 c_w^*}{r^2 + c_w^* R_p^2} + \frac{2r^2 R_p^2 c_w^*}{c_w^* r^2 + R_p^2} + R_p^2 (c_w^* + 1) + 2r^2 c_w^* \left(\frac{2r}{r^2 + c_w^* R_p^2} - \frac{2c_w^* r}{c_w^* r^2 + R_p^2} \right) \quad (\text{الف } 8)$$

که در آن C_1 و C_2 ثابت‌های انتگرال‌گیری‌اند و از شرایط مرزی به دست می‌آیند. با جایگذاری کرنش‌های $\varepsilon_{r(r)}^{SE}$ و $\varepsilon_{\theta(r)}^{SE}$ به دست آمده از معادله‌های ۵ الف و ۶ الف در قانون هوک، تنش‌های شعاعی σ_r^{SE} و مماسی σ_{θ}^{SE} متناظر با نیروی تراوش برحسب C_1 و C_2 به دست می‌آیند (رابطه‌های ۹ الف و ۱۰ الف):

$$\sigma_r^{SE} = \frac{E}{(\lambda + \nu)(\lambda - 2\nu)} \left[(\lambda - \nu) \varepsilon_r^{SE} + \nu \varepsilon_{\theta}^{SE} \right] \quad (\text{الف } 9)$$

$$\sigma_{\theta}^{SE} = \frac{E}{(\lambda + \nu)(\lambda - 2\nu)} \left[(\lambda - \nu) \varepsilon_{\theta}^{SE} + \nu \varepsilon_r^{SE} \right] \quad (\text{الف } 10)$$

که در آنها ثابت‌های C_1 و C_2 از شرایط مرزی $\sigma_r^{SE}(r=\infty) = 0$ و $\sigma_r^{SE}(R_p) = 0$ مطابق رابطه‌های ۱۱ الف و ۱۲ الف به دست می‌آیند:

$$C_1 = -\frac{\lambda + \nu}{4 E r (\lambda - \nu)} \alpha_q \log \left(c_w^* \right) \quad (\text{الف } 11)$$

$$C_2 = \frac{\lambda + \nu}{4 c_w^* E (\lambda - \nu)} R_p^2 \alpha_q (L_1 + L_2) \quad (\text{الف } 12)$$

که در آنها C_w از رابطه‌ی ۹ الف و α_q از رابطه‌ی ۲ الف به دست می‌آید و L_1 و L_2 از رابطه‌های ۱۳ الف و ۱۴ الف به دست می‌آیند:

$$L_1 = \log \left(R_p^2 (\lambda + c_w^*) \right) \quad (\text{الف } 13)$$

$$L_2 = 2\nu c_w^* (L_c - 1) - 2\nu (L_c - 1) - 1 - c_w^* L_c + c_w^* + 2c_w^* \log(c_w) \quad (\text{الف } 14)$$

سرانجام مقادیر u_r^{SE} ، $\varepsilon_{r(r)}^{SE}$ ، $\varepsilon_{\theta(r)}^{SE}$ ، σ_r^{SE} و σ_{θ}^{SE} به ترتیب از روابط ۳ الف، ۵ الف، ۶ الف، ۹ الف و ۱۰ الف به دست می‌آیند.

ضمیمه

الف) تحلیل تنش و کرنش ناحیه‌ی کشسان

معادله‌ی ۴۵، یک معادله‌ی دیفرانسیل خطی است. بنابراین می‌توان از روش جمع آثار برای حل آن استفاده کرد. برای تحلیل تنش‌ها و کرنش‌ها از توزیع فشار آب منفذی در امتداد افقی استفاده می‌شود. در این امتداد نیروی تراوش از شعاع R_p تا شعاع بی‌نهایت $r = \infty$ بر ناحیه‌ی کشسان وارد می‌شود (با توجه به شکل ۳). با استفاده از روش جمع آثار تغییرشکل کل به ۲ مؤلفه تقسیم می‌شود:

۱. تغییرشکل‌های ناشی از نیروی حجمی تراوش.

۲. تغییرشکل‌های ناشی از فشارهای مرزی $\sigma_r' = \sigma_r'(R_p)$ وارد بر R_p و $\sigma_r' = \sigma_r' = p'$ وارد بر $r = \infty$.

-- تعیین تغییرشکل‌های ناشی از نیروی حجمی تراوش

در معادله‌ی ۴۵، گرادیان فشار آب منفذی در امتداد افقی $\frac{d p_w}{d r}$ از مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۵۳ به دست می‌آید (رابطه‌ی ۱۱ الف):

$$\frac{d p_w}{d r} = \frac{(\lambda - c_w^*) R_p^2 r \alpha_q}{(c_w^* r^2 + R_p^2) (c_w^* R_p^2 + r^2)} \quad (\text{الف } 11)$$

که در این رابطه، c_w از معادله‌ی ۴۹ و α_q از رابطه‌ی ۲ الف به دست می‌آید:

$$\alpha_q = \frac{\gamma_w q}{2\pi k_r} \quad (\text{الف } 12)$$

با حل تحلیلی معادله‌ی دیفرانسیل ۴۵، تغییرشکل شعاعی متناظر با نیروی تراوش در شعاع r از رابطه‌ی ۳ الف به دست می‌آید.

$$u_r^{SE} = C_1 r + \frac{1}{r} C_2 + \frac{1}{4} \frac{(\lambda + \nu)(\lambda - 2\nu)}{E c_w^* r (\lambda - \nu)} \alpha_q S_1 \quad (\text{الف } 13)$$

که در آن S_1 از رابطه‌ی ۴ الف به دست می‌آید:

$$S_1 = R_p^2 c_w^* \left(\log \left(r^2 + c_w^* R_p^2 \right) - 1 \right) - R_p^2 \left(\log \left(R_p^2 + c_w^* r^2 \right) - 1 \right) - c_w^* r^2 \log \left(\frac{r^2 + c_w^* R_p^2}{c_w^* r^2 + R_p^2} \right) \quad (\text{الف } 14)$$

$$\sigma'_{\theta(r)}{}^{BU} = [p' - \sigma'_{r(R_p)}] \left(\frac{R_p^2}{r^2} \right) + p' \quad (الف ۱۹)$$

عبارت‌های مشخص‌شده با 'initial displacement' به شرایط تعادل اولیه (قبل از حفر تونل) مربوط هستند و باید از محاسبات تغییرشکل ناشی از حفاری حذف شوند.

نواحی کشسان و شکسته در شعاع R_p با هم اندرکنش دارند. در این شعاع تنش مرزی شعاعی $\sigma'_{r(R_p)}$ وارد می‌شود. در شعاع R_p تنش مماسی $\sigma'_{\theta(R_p)}$ (رابطه‌ی ۲۰ الف) برابر است با مجموع تنش مماسی متناظر با نیروی تراوش $\sigma'_{\theta(R_p)}{}^{SE}$ (به‌دست آمده از رابطه‌ی ۱۰ الف) و تنش مماسی متناظر با تنش‌های مرزی $\sigma'_{\theta(R_p)}{}^{BU}$ (به‌دست آمده از رابطه‌ی ۱۹ الف).

$$\sigma'_{\theta(R_p)} = \sigma'_{\theta(R_p)}{}^{SE} + 2p' - \sigma'_{r(R_p)} \quad (الف ۲۰)$$

که در آن $\sigma'_{r(R_p)}$ و $\sigma'_{\theta(R_p)}$ باید معیار مقاومت را ارضا کنند. بنابراین با جایگذاری این تنش‌ها در معیار مقاومت هوک و براون (رابطه‌ی ۴) و حل معادله‌ی حاصل، تنش شعاعی مرزی به‌دست می‌آید (رابطه‌ی ۲۱ الف):

$$\sigma'_{r(R_p)} = \frac{1}{\gamma} \sigma'_{\theta}{}^{SE}(R_p) + p' + \frac{1}{\lambda} m_i \sigma_c - \frac{1}{\lambda} \left(\sigma_c \left(\lambda m_i \sigma'_{\theta}{}^{SE}(R_p) + 16 m_i p' + m_i \sigma_c + 16 s_i \sigma_c \right) \right) \quad (الف ۲۱)$$

بعد از تعیین مقدار $\sigma'_{r(R_p)}$ از معادله‌ی ۲۱ الف، مقدار متناظر $\sigma'_{\theta(R_p)}$ از معادله‌ی ۲۰ الف به‌دست می‌آید.

که در آن $\sigma'_{\theta(R_p)}{}^{SE}$ تنش مماسی ناشی از تراوش m_i و s_i و پارامترهای مقاومتی سنگ اولیه هستند. باید توجه داشت که اگر در سطح تونل معیار گسیختگی ارضا نشود، ناحیه‌ی شکسته پیرامون تونل شکل نمی‌گیرد و توده‌ی سنگ کشسان باقی می‌ماند.

-- تعیین تغییرشکل‌های ناشی از فشارهای مرزی $\sigma'_{r(R_p)} = \sigma'_r = p'$ و $\sigma'_{\theta(R_p)} = p'$ و شعاع $r = \infty$ وارد بر شعاع $r = \infty$

در این حالت نیروی حجمی وجود ندارد. بنابراین معادله‌ی ۴۵ را می‌توان به‌صورت $-\frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} + \frac{d^2 u_r}{dr^2} = 0$ نوشت. با حل این معادله، رابطه‌ی $u_r^{BU} = C_1' r + \frac{1}{r} C_2'$ برای تغییرشکل شعاعی متناظر با تنش‌های مرزی به‌دست می‌آید. با حذف ثابت‌های انتگرال‌گیری C_1' و C_2' از رابطه‌ی فوق با اعمال شرایط مرزی $\sigma'_{r(r=\infty)}{}^{BU} = p'$ و $\sigma'_{r(R_p)}{}^{BU} = \sigma'_{r(R_p)}$ تغییرشکل u_r^{BU} و کرنش‌های $\varepsilon_{r(r)}^{BU}$ و $\varepsilon_{\theta(r)}^{BU}$ و تنش‌های $\sigma'_{r(r)}{}^{BU}$ و $\sigma'_{\theta(r)}{}^{BU}$ از رابطه‌های ۱۵ الف الی ۱۹ الف به‌دست می‌آیند:

$$u_r^{BU} = -\frac{1+\nu}{E} \left[[p' - \sigma'_{r(R_p)}] \left(\frac{R_p^2}{r} \right) + \underbrace{p'(1-2\nu)r}_{initial\ displacement} \right] \quad (الف ۱۵)$$

$$\varepsilon_{\theta(r)}^{BU} = \frac{1+\nu}{E} \left[[p' - \sigma'_{r(R_p)}] \left(\frac{R_p^2}{r^2} \right) + \underbrace{p'(1-2\nu)}_{initial\ strain} \right] \quad (الف ۱۶)$$

$$\varepsilon_{r(r)}^{BU} = -\frac{1+\nu}{E} \left[-[p' - \sigma'_{r(R_p)}] \left(\frac{R_p^2}{r^2} \right) + \underbrace{p'(1-2\nu)}_{initial\ strain} \right] \quad (الف ۱۷)$$

$$\sigma'_{r(r)}{}^{BU} = -[p' - \sigma'_{r(R_p)}] \left(\frac{R_p^2}{r^2} \right) + p' \quad (الف ۱۸)$$

ANALYSIS OF UNDER-WATER TUNNELS CONSIDERING SEEPAGE FORCES

A. Fahimifar (corresponding author)

fahim@aut.ac.ir

M. R. Zareifard

zareefard@aut.ac.ir

**Dept. of Civil and Environmental Engineering
Amirkabir University of Technology**

Sharif Civil Engineering Journal

Volume 29, Issue 4, Page 65-76, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 29 August 2011; received in revised form 1 July 2012; accepted 26 August 2012.

Abstract

Tunnels below a groundwater table can be either sealed or drained. Sealed tunnels do not influence the groundwater regime; however, the lining has to undertake the full water pressure. On the other hand, in a drained tunnel, a seepage flow will be developed. The seepage flow and pore water pressure developed around the tunnels affect the responses of the lining and of the rock mass, significantly. Thus, the design of underwater tunnels must be based on a powerful analysis, in which the hydro-mechanical aspects are taken into account. In a tunnel with permeable lining, the induced seepage forces can be the most important issue in the design and construction of the tunnel. In this condition, the applied inward seepage body forces are generated by pore-water pressure gradients, which are dependent on rock-mass permeability. On the other hand, the permeability of the fractured plastic zone around the tunnel depends upon deformations induced by excavation and applied seepage forces (strain-dependent permeability). A theoretical solution is proposed, in this paper, for analysis of underwater tunnels, excavated in an elasto-plastic, strain-softening and Hoek Brown rock material, considering strain-dependant permeability. The problem is considered under axial symmetric conditions; thus, the initial stress state is assumed to be hydrostatic. For the plastic zone, as the derived analytical equations do not have closed form solutions, a computer program has been prepared for solving the corresponding equations numerically and examining the analysis. On the other hand, the governing equations for the elastic zone are solved, analytically. The results obtained with the analytical solution are compared with results obtained with the hydro-mechanical option in a commercial finite difference code. The proposed solution is also used to obtain

results and explain the behavior of the tunnel under different hydro-mechanical conditions, when the ground is assumed to behave elasto-plastically. The results show that when a pervious lining is used or a drainage system is employed for the tunnel, the effects of seepage flow and pore water pressure must be taken into account. Application of the proposed method to several tunnel problems showed that in the case of drained tunnels, seepage flow causes the in situ effective stress to increase (i.e. a decrease in stability). Furthermore, it is shown that the state of stress and the seepage forces must be considered as dependent parameters, because of the remarkable permeability variations induced by the development of the plastic zone around the tunnel. elasto-plastic

Key Words: tunnel, analytical-numerical solution, seepage, strain-dependant permeability.