مهندسی عمران شریف (بهار ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۲-۳۰، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۵۳-۶۱

Original Article

بررسی اثر نقص هندسی ریزساختار در رفتار تک‌محوری فوم‌های سلول‌باز

سروش جلیلوند (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف
شریف شاه‌بیک * (استادیار)
دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس
ابوالحسن وفایی (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

امروزه فوم‌ها به‌منزله‌ی نسل جدیدی از مصالح سبک در صنایع خودروسازی و هوافضا مورد توجه قرارگرفته‌اند. در این پژوهش، اثر نقص در هندسه‌ی ریزساختار در رفتار فوم سلول‌باز مورد مطالعه قرار گرفت. به این منظور، از روش همگن‌سازی، به‌عنوان راهکاری مناسب برای ارتباط ویژگی‌های مکانیکی مواد در مقیاس‌های بزرگ (جسم) و کوچک (ریزساختار) بهره گرفته شد. به این ترتیب که ابتدا با بازتولید یک مدل همگن‌سازی موجود، رفتار تک‌محوری نمونه‌ی فوم با ساختار منظم محاسبه شد. در ادامه، با اعمال آشفتگی در هندسه‌ی ریزساختار، تغییرات خصوصیات تک‌محوری فوم نسبت به حالت منظم مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به‌دست‌آمده، محدوده‌ی تغییر کمیت‌های تک‌محوری فوم را با افزایش آشفتگی در ریزساختار مشخص کرد. همچنین، حالت‌هایی از تغییر هندسه‌ی ریزساختار، که سبب بیشترین تغییرات در کمیت‌های تک‌محوری فوم می‌شوند، شناسایی شدند.

s_jalilvand@mehr.sharif.ir
shahbeyk@modares.ac.ir
vafai@sharif.edu

واژگان کلیدی: مدل رفتاری، روش همگن‌سازی، فوم‌های سلول‌باز، نقص هندسی.

۱. مقدمه

فوم‌های جامد در اصطلاح به مواد با تخلخل بالا گفته می‌شود که در تولید آنها از فرآیند فوم‌زایی بهره می‌برند. در طبقه‌بندی کلی‌تر، فوم‌ها در دسته‌ی مواد سلولی جای می‌گیرند؛ فلسفه‌ی وجودی این مواد رسیدن به خصوصیات مکانیکی دلخواه با صرف کمترین مقدار ماده‌ی ممکن است. ویژگی اصلی فوم‌ها، یعنی نسبت بالای سختی به وزن مخصوص، در صنایع هوافضا و اتومبیل‌سازی به منظور تولید سازه‌های سبک مورد توجه قرارگرفته است. همچنین، به دلیل قابلیت بالای فوم‌ها در جذب انرژی و تحمل تغییرشکل‌های ناسازگار، از آن‌ها به‌عنوان ضربه‌گیر در صنایع بسته‌بندی و در ساخت میراگرهای مکانیکی (مانند سپر اتومبیل و کلاه ایمنی) استفاده می‌شود.[۱]

فوم‌ها معمولاً از جنس پلیمر، فلز، و یا سرامیک ساخته و بر اساس شکل ریزساختارشان به دو دسته‌ی کلی فوم‌های سلول‌بسته و سلول‌باز تقسیم می‌شوند. فوم‌های سلول‌باز که موضوع این پژوهش هستند، را می‌توان به‌صورت شبکه‌یی از المان (یال)هایی با رفتار شبیه به تیر تصور کرد که در نقاطی به نام رأس به یکدیگر می‌رسند.

به‌طور کلی، نمودار تنش ـ کرنش حاصل از آزمایش تک‌محوری فشاری بر روی فوم‌های با تخلخل زیاد شامل ۳ ناحیه‌ی ارتجاعی، ناحیه‌ی تنش ثابت و ناحیه‌ی چگالش است،[۱] نمای عمومی این رفتار در شکل ۱ مشخص شده است. این نمودار تا پایان ناحیه‌ی تنش ثابت (که مورد نظر این پژوهش نیز است) با ۴ کمیت E، σ_p، $\Delta\lambda$ و λ_i قابل توصیف است. این کمیت‌ها به ترتیب معرف شیب اولیه‌ی نمودار در ناحیه‌ی ارتجاعی (ثابت یانگ)، مقدار تنش ثابت، طول ناحیه‌ی تنش ثابت و کرنش آغازین آن است و در شکل ۱ مشخص شده‌اند. در بخش‌های پیش رو، به منظور سادگی، از این کمیت‌ها به‌عنوان ویژگی‌های تک‌محوری فوم یاد می‌شود.

استفاده از فوم‌ها در طراحی سازه‌های سبک نیازمند شناخت صحیح خصوصیات مکانیکی این مواد است. همچنین، دستیابی به این خصوصیات بدون درنظرگرفتن ویژگی‌های هندسی این مواد در مقیاس‌های کوچک ممکن نیست. در این راستا، روش‌های همگن‌سازی[۱] با برقراری ارتباط بین خصوصیات ماده در مقیاس کوچک و رفتار آن در مقیاس بزرگ، راهکاری قابل قبول ارائه می‌کنند.[۲] به‌صورت عمومی، ریزساختار مورد استفاده در این روش‌ها به شکل تناوبی در نظر گرفته می‌شود؛ به این ترتیب، کل ساختار فوم از تکرار یک واحد سازنده‌ی یکسان به نام سلول پایه[۲] پدید می‌آید. سلول پایه به نوبه‌ی خود به صورتی انتخاب می‌شود که ساختار واقعی فوم را شبیه‌سازی کند. در این راستا می‌توان به استفاده از ساختار لانه‌زنبوری در حالت دو ـ بعدی،[۳] و سلول ۱۴ وجهی کلوین در حالت سه ـ بعدی،[۴و۵] اشاره کرد؛

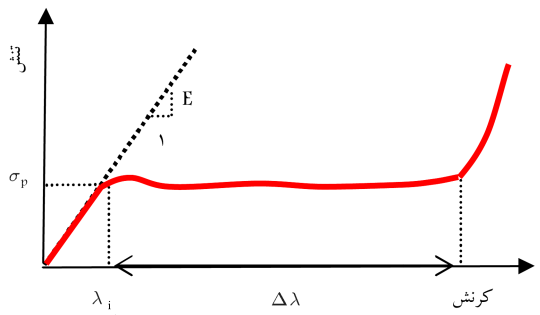
---

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۱۲/۲، اصلاحیه ۱۳۹۱/۳/۳۰، پذیرش ۱۳۹۱/۸/۷.

ویژگی مشترک این دو ساختار پیروی از قوانین حاکم بر تولید فوم‌ها در حالت ایده‌آل است.[۶] در کنار موارد ذکرشده، استفاده از نمودارهای ورونویی،[۷] به شبیه‌سازی فوم‌هایی که ساختار آن‌ها از حالت ایده‌آل فاصله دارد، می‌انجامد.

در مواردی که هدف از مدل‌سازی، یافتن رابطه‌ی ساختاری فوم در تعداد زیادی از نقاط جسم باشد، تولید ساختار فوم به روش‌هایی که در بالا مطرح شد، اگرچه منجر به بهبود دقت مدل‌سازی می‌شود، هزینه‌ی بالایی به همراه دارد. از این رو، در برخی موارد مشاهده می‌شود که به جای تحلیل ریزساختار واقعی فوم، از ساختارهای ساده‌تر که رفتار آن‌ها پیش‌تر با رفتار فوم معادل‌سازی‌شده استفاده می‌شود.[۸و۹] البته طبیعی است که در این دسته روش‌ها، مدل‌سازی به‌صورت مستقیم به هندسه‌ی ریزساختار فوم وابسته نیست و از این رو امکان بررسی اثر تغییر هندسه‌ی ریزساختار در رفتار آن در مقیاس‌های بزرگ‌تر وجود نخواهد داشت.

روش همگن‌سازی ارائه‌شده در مرجع[۱۰] که پایه‌ی مطالعات انجام‌شده در این پژوهش است؛ با محدودکردن مطالعات خود به دسته‌ی مشخصی از فوم‌های سلول‌باز با ساختار متقارن، در عین حال که رفتار فوم‌ها را به‌صورت مستقیم به هندسه‌ی ریزساختار آن‌ها وابسته می‌سازد، حجم محاسبات را تا اندازه‌ی قابل قبولی کاهش می‌دهد. در مرجع مورد بحث، نمودار تنش ـ کرنش همگن‌سازی‌شده برای فوم ساخته‌شده از سلول‌پایه‌ی ۴ عضوی منظم، که در آن طول و زاویه‌ی بین اعضا برابر باشند، ارائه شده است. همچنین، تأثیر جهت‌گیری سلول‌های پایه نسبت به راستای بارگذاری مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این، روش مذکور به منظور بررسی رفتار ویسکوالاستیک و همچنین تسلیم و تخریب فوم‌های سلول‌باز مورد استفاده قرار گرفته است.[۱۱و۱۲] با وجود این، در همه‌ی این مطالعات ساختار فوم به‌صورت کاملاً منظم فرض شده است؛ این در حالی است که یکی از مواردی که در طراحی مواد مهندسی همواره باید به آن توجه شود، بررسی اثر عواملی همچون نقص‌های کوچک ایجادشده در هنگام ساخت است، که می‌تواند خصوصیات محصول نهایی را با ماده‌ی طراحی‌شده متفاوت سازد. در اینجا قصد داریم تا در قالب مدل همگن‌سازی ارائه‌شده[۱۰]، اثر وجود چنین نقص‌هایی را بررسی کنیم. به این منظور از نتایج همگن‌سازی موجود[۱۰] (برای سلول پایه‌ی منظم) به‌عنوان مرجع استفاده می‌کنیم و نحوه‌ی تغییر این خصوصیات با اعمال نقص هندسی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در این راستا، ابتدا مفاهیم اصلی همگن‌سازی در بخش ۲ بررسی شده‌اند. در بخش ۳، فرضیات اصلی روند همگن‌سازی مورد استفاده در این پژوهش بیان، و جزئیات روابط تحلیلی به‌کاررفته در آن به‌صورت خلاصه ارائه شده‌اند. در ادامه‌ی این قسمت، مفهوم تنش ماکسول توضیح داده شده است و به کمک آن نمودار تنش ـ کرنش قطعه‌ی فوم در آزمایش تک‌محوری، بر اساس مدل رفتاری به‌دست‌آمده از همگن‌سازی در بخش قبل پیش‌بینی شده است. در بخش ۴، ابتدا نتایج همگن‌سازی بر روی سلول پایه‌ی ۴ عضوی منظم بازتولید، و سپس، نحوه‌ی اعمال نقص هندسی (به‌صورت



شکل ۱. نمای عمومی نمودار تنش ـ کرنش تک‌محوری فشاری در فوم‌ها.

آشفتگی در ریزساختار فوم)، و نتایج به‌دست‌آمده از همگن‌سازی ریزساختارهای حاصل ارائه شده‌اند. در نهایت، نحوه‌ی تغییر خصوصیات تک‌محوری فوم با افزایش آشفتگی ریزساختار بررسی و وضعیت‌هایی از هندسه‌ی سلول، که بیشترین تغییرات را به همراه می‌آورند، شناسایی شده‌اند.

۲. روش همگن‌سازی

روش همگن‌سازی بر پایه‌ی اصل تفکیک‌پذیری مقیاس‌ها استوار است.[۲] اگر این شرط بر جسم ساخته‌شده از ماده‌ی غیرهمگن حاکم باشد، میدان جابجایی جسم ($\vec{u}$) در عمل به‌صورت رابطه‌ی ۱ قابل تفکیک خواهد بود:

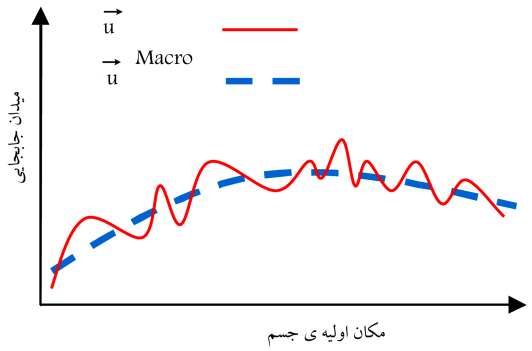
$$\vec{u} = \vec{u}^{Macro} + \vec{w} \qquad (۱)$$

که در آن، $\vec{u}^{Macro}$ روند کلی جابجایی‌ها را نشان می‌دهد (آن‌طورکه در مقیاس جسم مشاهده می‌شود)، و $\vec{w}$ معرف تغییرات کوچک در میدان جابجایی است، که در اثر تغییرشکل‌های موضعی (در اندازه‌ی قابل مقایسه با طول مشخصه‌ی ریزساختار) به وجود می‌آید. شکل ۲، میدان جابجایی تعریف‌شده در رابطه‌ی ۱ را به‌صورت توصیفی نمایش می‌دهد.

هدف از همگن‌سازی پیداکردن میدان جابجایی جسم در بزرگ مقیاس (یعنی مقیاسی که در کاربردهای مهندسی اهمیت دارد) است. از این رو، تغییرشکل‌های کوچک ناشی از اثر موضعی ریزساختار ($\vec{w}$) فقط تا حدی که در رسیدن به این هدف مؤثر هستند، مورد توجه قرار می‌گیرند. به عبارت دیگر، اگرچه در روند همگن‌سازی از جابجایی‌های موضعی ریزساختار ($\vec{w}$) در محاسبه‌ی میدان جابجایی کلی جسم صرف‌نظر می‌شود، اما همین جابجایی‌ها هنگامی که ارتباط بین تنش و کرنش در برخی نقاط بزرگ مقیاس (مانند نقاط انتگرال‌گیری گاوس در روش المان محدود) مورد نظر است، به دقت مورد بررسی قرار می‌گیرند. به این ترتیب، نتایج به‌دست‌آمده از همگن‌سازی فقط شامل جملات $\vec{u}^{Macro}$ است، و شکل کامل میدان جابجایی ($\vec{u}$) فقط در محاسبه‌ی پاسخ ریزساختار وارد می‌شود. از آنجا که ($\vec{u}$) فقط در تحلیل‌های صورت‌گرفته در مقیاس کوچک به کار می‌رود، در ادامه، از نماد $\vec{u}^{micro}$ به جای $\vec{u}$ استفاده شده است.

$$u_i^{micro} = u_i^{Macro} + w_i \qquad (۲)$$

اما پیش از آنکه به جزئیات روش‌های همگن‌سازی بپردازیم، لازم است تا ابتدا مفهوم RVE [۳] معرفی شود. RVE در اصطلاح به حجمی از ریزساختار گفته می‌شود



شکل ۲. نمایش میدان جابجایی حقیقی جسم ($\vec{u}$) و جابجایی‌های به‌دست‌آمده از همگن‌سازی ($\vec{u}^{Macro}$).

که کلیه خصوصیات مادی، هندسی، و رفتاری آن را در بر دارد، و در مطالعات همگن‌سازی به نمایندگی از کل ریزساختار مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این ارتباط توجه به این نکته لازم است که انتخاب RVE در حالت کلی با دشواری همراه است، چرا که حجم انتخاب‌شده باید علاوه بر خصوصیات مادی و هندسی، ویژگی‌های رفتاری ریزساختار را نیز در خود داشته باشد، که البته بررسی مورد اخیر به سادگی انجام نخواهد پذیرفت. با این توضیح، بدیهی است که در حالتی که ریزساختار شکلی تکراری (تناوبی) داشته باشد (یعنی از تکرار یک واحد سازنده‌ی پایه ایجاد شده باشد)، انتخاب‌های ممکن برای RVE باید از یکی (و یا تعداد بیشتر) ساختار پایه به وجود آمده باشند.

با برگشت به رابطه‌ی ۲، اکنون اگر $\vec{u}^{Macro}$ را در درون حجم RVE با بسط سری تیلور آن جایگزین کنیم، رابطه‌ی ۳ را خواهیم داشت:

$$u_i^{Macro} = \frac{\partial u_i^{Macro}}{\partial X_j} X_j = \left(F_{ij}^{Macro} - \delta_{ij}\right) X_j \qquad (۳)$$

که در آن، X_j بردار مکان نقاط مختلف RVE در حالت اولیه است و نسبت به مبدأ مختصات دلخواه تعریف می‌شود. با جایگزینی رابطه‌ی ۳ در رابطه‌ی ۲، بردار مکان نقاط مختلف RVE در وضعیت تغییرشکل‌یافته (x_i^{micro}) از رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود:

$$x_i^{micro} = F_{ij}^{Macro} X_j + w_i \qquad (۴)$$

توجه کنید که در رابطه‌ی اخیر w_i و x_i^{micro} توابعی از مختصات نقاط RVE هستند؛ این در حالی است که F_{ij}^{Macro} در کل حجم RVE ثابت فرض می‌شود. در ادامه و به منظور سهولت، از x_i به جای x_i^{micro} استفاده می‌کنیم (رابطه‌ی ۵):

$$x_i = F_{ij}^{Macro} X_j + w_i \qquad (۵)$$

به‌صورت عمومی، همگن‌سازی شامل این مراحل سه‌گانه است:[۱۳]

مرحله‌ی اول. از مقیاس بزرگ به مقیاس کوچک: هدف از این مرحله تصویرکردن میدان جابجایی از بزرگ مقیاس به مقیاس ریزساختار است.

مرحله‌ی دوم. حل مسئله‌ی مقدار مرزی در مقیاس کوچک: در این مرحله پاسخ ریزساختار، از طریق حل مسئله‌ی مقدار مرزی تعریف‌شده در قسمت قبل، محاسبه می‌شود.

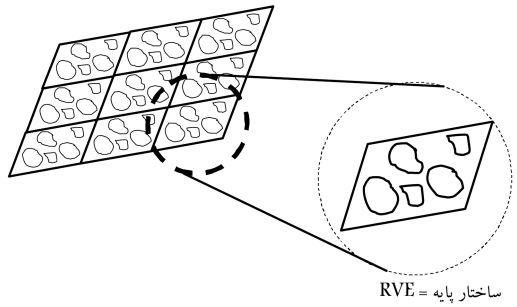
مرحله‌ی سوم. بازگشت از مقیاس کوچک به مقیاس بزرگ: در نهایت، نیروهای به‌دست‌آمده از حل ریزساختار با استفاده از روش‌های میانگین‌گیری به‌صورت تنش (متناظر جابجایی‌ها در بزرگ مقیاس) بیان می‌شوند.

در روش‌های همگن‌سازی مختلف، مرحله‌ی اول از طریق برابر قراردادن گرادیان تغییرشکل در مقیاس جسم (F_{ij}^{Macro}) و میانگین حجمی این کمیت در مقیاس ریزساختار (F_{ij}^{micro}) صورت می‌پذیرد (رابطه‌ی ۶):

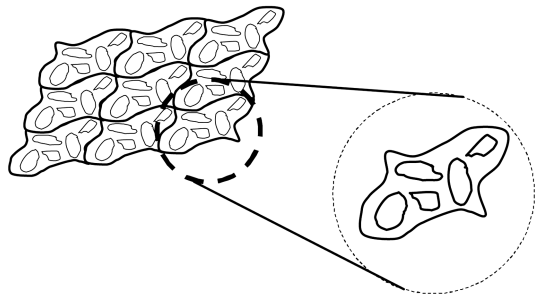
$$\frac{1}{V^{\mathrm{RVE}}} \int\int\int_{V^{\mathrm{RVE}}} F_{ij}^{micro} dV = F_{ij}^{Macro} \qquad (۶)$$

در این رابطه، V^{RVE} برابر حجم RVE در حالت اولیه است. رابطه‌ی ۶، در کنار فرض تکراری بودن میدان جابجایی ریزساختار در مرزها، شرایط مرزی RVE را به‌صورت کامل تعیین می‌کند (شکل ۳).

هدف از مرحله‌ی دوم همگن‌سازی تعیین میدان جابجایی موضعی ریزساختار ($\vec{w}$)، و در نتیجه، نیروهای ایجادشده در حجم RVE است. این کار از طریق

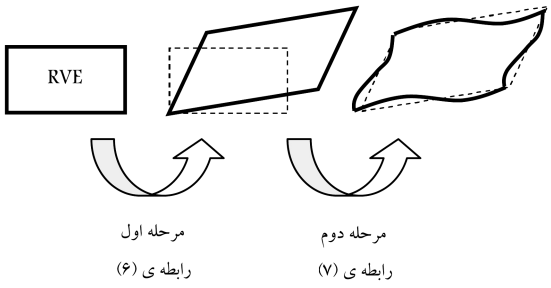


الف)قبل از تغییر شکل؛



ب)پس از تغییر شکل.

شکل ۳. شرط تناوبی‌بودن هندسه‌ی ریزساختار.



شکل ۴. روند محاسبه‌ی میدان جابجایی RVE در مراحل اول و دوم همگن‌سازی.

حل مسئله‌ی مقدار مرزی RVE با درنظرگرفتن شرایط مطرح‌شده در رابطه‌ی ۶ انجام می‌پذیرد. به این منظور از رابطه‌ی انتگرالی تعادل به‌صورت رابطه‌ی ۷ استفاده می‌شود:

$$\delta\Pi = \delta\left(U + V\right) = 0 \qquad (۷)$$

که در آن δ عملگر حساب تغییرات و Π، U و V به ترتیب برابر انرژی پتانسیل کل، انرژی کرنشی کل و انرژی پتانسیل نیروهای خارجی RVE هستند. با حل رابطه‌ی ۷ و محاسبه‌ی $\vec{w}$، میدان جابجایی RVE و در نتیجه نیرو (یا تنش)های ایجادشده در آن به‌صورت کامل مشخص می‌شوند. شکل ۴، روند عمومی محاسبه‌ی میدان جابجایی RVE در مراحل اول و دوم را نمایش می‌دهد.

در مرحله‌ی نهایی همگن‌سازی پاسخ‌های به‌دست‌آمده از تحلیل ریزساختار از طریق برآیندگیری در قالب تنش بزرگ مقیاس (P_{ji}^{Macro}) بیان می‌شوند. این کار از طریق رابطه‌ی هیل ـ مندل، به‌صورت رابطه‌ی ۸ انجام می‌پذیرد:

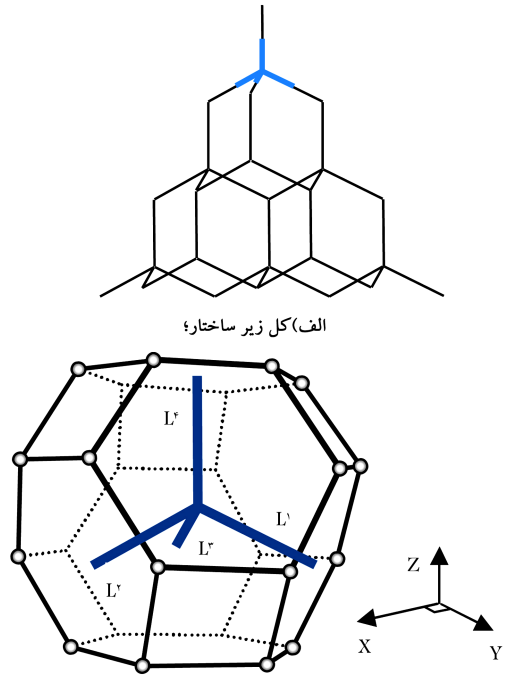
$$P_{ji}^{Macro} \delta F_{ij}^{Macro} = \delta\mathcal{U}^{Macro} = \frac{1}{V^{\mathrm{RVE}}} \int\int\int_{V^{\mathrm{RVE}}} \delta u^{micro} dV \qquad (۸)$$

که از برابر قراردادن تغییرات چگالی انرژی کرنشی در بزرگ مقیاس با میانگین حجمی چگالی انرژی کرنشی در مقیاس میکرو حاصل می‌شود. به عبارت دیگر، P_{ji}^{Macro} طوری محاسبه می‌شود که کار داخلی انجام‌شده روی RVE در دو مقیاس بزرگ و کوچک کمترین اختلاف را داشته باشد.

۳. مدل همگن‌سازی مورد استفاده در این پژوهش

در این پژوهش، از مدل همگن‌سازی ارائه‌شده[۱۰] برای مطالعه‌ی رفتار فوم‌های سلول‌باز استفاده شده است. همان‌طور که پیش‌تر نیز گفته شد، ریزساختار مورد استفاده در این مدل از تکرار واحد سازنده‌ی یکسانی به نام سلول پایه ساخته شده است. هر سلول پایه شامل یک رأس و نیمی از طول تمام یال‌هایی است که در رأس به هم می‌رسند؛ این نیم‌یال‌ها، اعضای سلول پایه را تشکیل می‌دهند (شکل ۵).

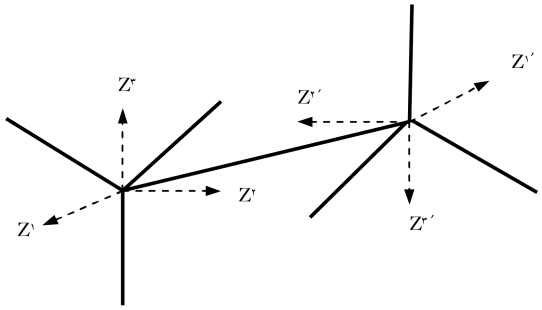
نکته‌ی قابل توجه در مورد ریزساختار مدل مورد بحث، تقارن نقطه‌یی سلول‌های مجاور نسبت به یکدیگر است. به این ترتیب فرض می‌شود که هر دو سلول پایه‌ی



الف)کل زیر ساختار؛

ب) ساختار پایه ی سازنده ی آن (سلول پایه).

شکل ۵. نمایش ریزساختار مورد مطالعه در این پژوهش.



شکل ۶. تقارن نقطه‌یی سلول‌های مجاور.

مجاور نسبت به میانه‌ی یال مشترک خود تقارن نقطه‌یی داشته باشند. این مطلب برای سلول‌پایه‌ی ۴ عضوی در شکل ۶ به نمایش درآمده است. هر یک از اعضای سلول پایه به‌صورت یک تیر با رفتار محوری و خمشی در نظر گرفته می‌شود. تغییرشکل محوری به صورت یکنواخت در طول عضو اتفاق می‌افتد، این در حالی است که تغییرشکل خمشی به‌صورت متمرکز و در رأس سلول فرض و بر اساس تغییر زاویه‌ی بین یک عضو با سایر اعضا تعریف می‌شود. فرض خط باقی‌ماندن یال‌ها در طول تغییرشکل توسط پژوهشگران دیگر نیز مورد استفاده قرار گرفته است،[۷] و این طور توجیه می‌شود که در فوم‌های سبک تشکیل مفصل خمیری در دو انتهای عضو بر تغییرشکل‌های خمشی که در طول عضو رخ می‌دهند، حاکم می‌شود؛ از این رو، می‌توان فرض کرد که هر عضو در طول خود فقط تغییرشکل محوری داشته باشد.

در ادامه‌ی این قسمت، و در بخش ۱.۳.، ابتدا به توضیح روابط همگن‌سازی ارائه‌شده[۱۰] در قالب مطالب بخش ۲ می‌پردازیم؛ و سپس، با در دست‌داشتن نمودار تنش ـکرنش همگن‌سازی شده‌ی ماده‌ی فوم، نحوه‌ی پیداکردن رفتار تک‌محوری قطعه‌ی فوم را توضیح می‌دهیم.

۱.۳. همگن‌سازی فوم

مراحل همگن‌سازی مطرح‌شده در بخش ۲ در قالب این مدل عبارت‌اند از: تعیین شرایط مرزی سلول پایه متناسب با تغییرشکل بزرگ مقیاس اعمال‌شده، محاسبه‌ی جابجایی رأس سلول‌پایه ($\vec{\xi}$) به‌عنوان پاسخ ریزساختار، و در انتها، تعیین تنش همگن‌سازی شده (P_{ji}^{Macro}) از طریق میانگین‌گیری نیروهای به‌وجودآمده در اعضا.

برای شروع، فرض می‌شود RVE برابرکل حجم ریزساختار در همسایگی نقطه‌ی بزرگ مقیاس مورد نظر باشد. حال، با استفاده از رابطه‌ی ۵، که صورت کلی رابطه‌ی ۶ است (و برای سهولت در اینجا تکرار شده است)، جابجایی‌های ماکرو بر روی ریزساختار تصویر می‌شوند (رابطه‌ی ۹):

$$x_p = F_{pq}^{Macro} X_q + w_p \qquad (۹)$$

در این مدل، با فرض قرارگیری مبدأ مختصات در محل یکی از رأس‌ها، و توجه به این نکته که اعضا (یا یال‌ها) همواره در طول تغییرشکل به‌صورت خط باقی می‌مانند، X_p و x_P، به ترتیب، با L_p^i و l_p^i که خود معرف جهت و اندازه‌ی عضو i در سلول پایه‌ی اولیه و تغییرشکل‌یافته هستند، جایگزین می‌شوند. به علاوه، در مدل مورد بحث، جابجایی‌های موضعی ریزساختار در قالب درجات آزادی برای جابجایی رأس‌ها (ξ_p) در نظرگرفته می‌شوند، تا در نهایت، صورت بومی‌سازی شده‌ی رابطه‌ی ۹ در قالب این مدل به‌صورت رابطه‌ی ۱۰ در آید.

$$l_p^i = F_{pq}^{Macro} L_q^i + \xi_p \qquad (۱۰)$$

عبارت اول در طرف راست تساوی بالا شرایط مرزی RVE را مشخص می‌کند و عبارت دوم از حل مسئله‌ی مقدار مرزی تعریف‌شده بر روی RVE به‌دست می‌آید. توجه داشته باشید که در مرحله‌ی دوم، به علت تقارن موجود در مسئله، حل یک سلول پایه برای به‌دست‌آوردن پاسخ کل RVE کافی خواهد بود. اکنون، با استفاده از رابطه‌ی ۷ و در نظرداشتن این نکته که به علت تقارن نقطه‌یی سلول‌های مجاور، کار نیروهای خارجی در طول تغییرشکل ناهمسان سلول تغییر نمی‌کند، مسئله‌ی کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل به تعیین مقدار کمینه برای انرژی کرنشی کل سلول پایه

کاهش می‌یابد (رابطه‌ی ۱۱):

$$\frac{\partial U}{\partial \xi_p} = 0 \qquad (11)$$

در این رابطه، U انرژی کرنشی کل سلول پایه است و شامل دو قسمت انرژی‌های محوری (U^N) و خمشی (U^M) است، که به ترتیب، از جمع انرژی محوری ناشی از تغییر طول اعضا $(U^N)^i$ و انرژی خمشی ناشی از تغییر زاویه‌ی دوبه‌دوی آن‌ها $(U^M)^{ij}$ ناشی می‌شوند (رابطه‌ی ۱۲):

$$U = U^N + U^M = \sum_{i=1}^{K} \left(U^N\right)^i + \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=i}^{K} \left(U^M\right)^{ij} \qquad (12)$$

مقدار $(U^N)^i$ و $(U^M)^{ij}$ در رابطه‌ی ۱۲، با توجه به مرجع[۱۰] انتخاب شده‌اند. اکنون، با برگشت به مسئله‌ی کمینه‌سازی مطرح‌شده در رابطه‌ی ۱۱ و مشتق‌گیری از U رابطه‌ی ۱۳ را خواهیم داشت:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi_p} = -\sum_{i=1}^{K} f_p^i = 0 \qquad (13)$$

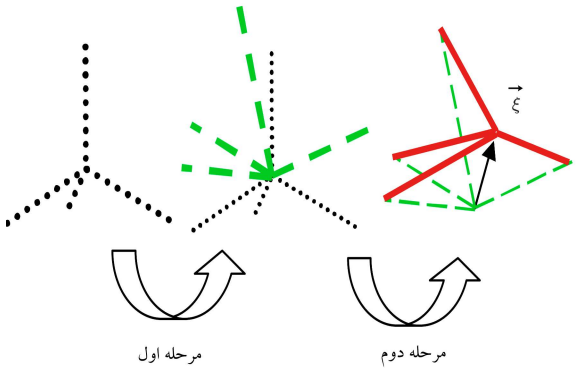
که در آن، f_p^i نیروی برآیند وارد بر انتهای عضو i، در اثر تغییرشکل‌های محوری و خمشی را نشان می‌دهد. به این ترتیب، کمینه‌سازی انرژی کرنشی سلول پایه‌ی معادل با حل معادله‌ی غیرخطی ۱۳ است که مقدار جابجایی رأس سلول $(\vec{\xi})$ را به‌دست می‌دهد. با تعیین $\vec{\xi}$، تغییرشکل کل ریزساختار در محدوده‌ی اطراف نقطه‌ی بزرگ مقیاس مشخص می‌شود (شکل ۷).

مرحله‌ی سوم همگن‌سازی در این روش با استفاده از رابطه‌ی ۸ انجام می‌پذیرد. در این راستا، باید توجه داشت که RVE برابر سلول پایه در نظرگرفته می‌شود، پس رابطه‌ی ۱۴ را خواهیم داشت:

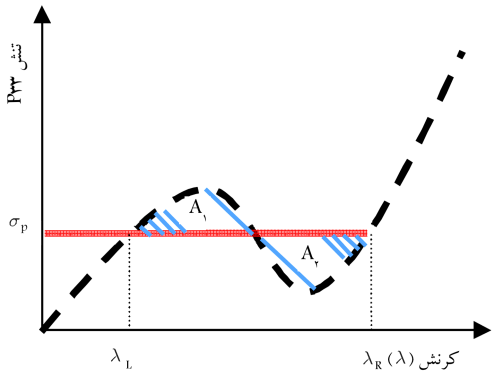
$$\mathcal{U}^{Macro} = \frac{1}{V^{\mathrm{RVE}}} \int\int\int_{V^{\mathrm{RVE}}} u^{micro} dV = \frac{U^{Cell}}{V^{Cell}} \qquad (14)$$

که در آن، U^{Cell} انرژی کرنشی کل سلول پایه است که پیش‌تر با رابطه‌ی ۱۲ بر حسب انرژی‌های خمشی و محوری اعضای سلول تعیین شده است. همچنین، V^{Cell} معرف حجم سلول پایه در حالت تغییرشکل نیافته است، که بر حسب هندسه‌ی سلول انتخاب می‌شود، ولی در هر صورت باید خاصیت افراز فضا را داشته باشد. اکنون با توجه به رابطه‌ی ۸، رابطه‌ی ۱۵ را داریم:

$$P_{rs}^{Macro} = P_{rs} = \frac{1}{V^{Cell}} \sum_{i=1}^{K} f_s^i L_r^i \qquad (15)$$



شکل ۷. نمای عمومی مراحل اول و دوم همگن‌سازی در مدل به کاررفته در این پژوهش.



شکل ۸. به‌دست‌آوردن نمودار تنش ـکرنش تک‌محوری جسم با استفاده از رفتار ساختاری ماده‌ی تشکیل‌دهنده‌ی آن.

این رابطه مقدار تنش همگن‌سازی شده در یک نقطه‌ی مادی از جسم بزرگ مقیاس را نشان می‌دهد. در حالت تغییرشکل تک‌محوری، تنش به‌دست‌آمده از این رابطه با پاسخ کلی جسم هم‌خوانی دارد؛ البته در قسمت بعد مشاهده می‌شود که این مطلب هنگامی که نمودار تنش ـ کرنش تک‌محوری در هر نقطه از جسم دچار تغییر تقعر شود، برقرار نخواهد بود. فوم‌های مورد بررسی در این پژوهش، نمونه‌ی این رفتار هستند.

۲.۳. استخراج رفتار تک‌محوری قطعه‌ی فوم

در این قسمت ابتدا نمودار تنش ـکرنش تک‌محوری مربوط به قطعه‌ی فوم بر اساس رفتار همگن‌سازی شده‌ی ریزساختار آن (رابطه‌ی ۱۵) به‌دست خواهد آمد.[۱۴] برای این منظور کرنش کلی جسم (λ) را بر اساس ارتفاع اولیه‌ی آن (H) و جابجایی نسبی تکیه‌گاه‌ها (ΔH) به‌صورت رابطه‌ی ۱۶ تعریف می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{\Delta H}{H} \qquad (16)$$

در این حالت، رفتار همگن‌سازی شده‌ی شکل ۸، کمینه‌سازی انرژی کرنشی جسم نتیجه می‌دهد: هنگامی که λ در محدوده‌ی (λ_L, λ_R) قرارگیرد، جسم تنش ثابت σ_p را تجربه می‌کند و دو ناحیه‌ی مجزا با کرنش‌های λ_L و λ_R در ارتفاع جسم قابل تشخیص خواهند بود. باید توجه داشت که مقدار هر یک از کمیت‌های λ_L و λ_R توسط برقراری شرط ارائه‌شده در رابطه‌ی ۱۷ محاسبه می‌شوند:

$$A_1 = A_2 \qquad (17)$$

که در آن، کمیت‌های A_1 و A_2، در شکل ۸ نمایش داده شده‌اند. همچنین، برای حالتی که λ در خارج از محدوده‌ی (λ_L, λ_R) قرارگیرد، رابطه‌ی تنش و کرنش جسم مطابق رفتار همگن سازی شده ماده خواهد بود.

۴. اثر ایجاد نقص هندسی در ریزساختار فوم

در این قسمت ابتدا با استفاده از مدل همگن‌سازی مطرح‌شده در بخش قبل،[۱۰] رفتار تک‌محوری نمونه‌ی فوم سلول‌باز با ساختار منظم باز تولید می‌شود؛ سپس، با تحمیل نقص هندسی به این ریزساختار منظم، تغییرات در رفتار تک‌محوری فوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. این تذکر لازم است که بررسی وابستگی رفتار تک‌محوری فوم به خصوصیات ماده‌ی تشکیل دهنده‌ی آن (در مقیاس ریز ساختار) موضوع

این پژوهش نیست؛ و از این رو، در این قسمت از روابط ارائه‌شده[۱۰] استفاده شده است.

۱.۴. سلول ۴ عضوی منظم

ساختار منظم مورد استفاده در این بخش از تکرار واحد سازنده‌ی یکسانی به نام سلول پایه به وجود آمده است. این سلول پایه‌ی منظم، به نوبه‌ی خود، از ۴ عضو با طول‌های مساوی (L) تشکیل شده است که زوایای برابر با یکدیگر می‌سازند:

$$\vec{L}^i = L\vec{e}^i \qquad for\ i = ۱, ۲, ۳, ۴ \tag{۱۸}$$

که در آن، $\vec{e}^i$ بیانگر بردار یکه‌ی عضو i است (رابطه‌ی ۱۹):

$$\begin{aligned}
\vec{e}^{۱} &= \left\langle ۰, \ {۲\sqrt{۲}}/{۳}, \ -{۱}/{۳} \right\rangle \\
\vec{e}^{۲} &= \left\langle {\sqrt{۶}}/{۳}, \ -{\sqrt{۲}}/{۳}, \ -{۱}/{۳} \right\rangle \\
\vec{e}^{۳} &= \left\langle -{\sqrt{۶}}/{۳}, \ -{\sqrt{۲}}/{۳}, \ -{۱}/{۳} \right\rangle \\
\vec{e}^{۴} &= \langle ۰ \ , \ ۰ \ , \ ۱ \rangle
\end{aligned} \tag{۱۹}$$

حجم سلول پایه از دو ۱۴ وجهی تشکیل شده است، که فقط یکی از آنها در برگیرنده‌ی اعضاست (شکل ۵ب).

اکنون، به منظور به‌دست‌آوردن رفتار تک‌محوری هر نقطه‌ی مادی از جسم از گرادیان تغییرشکل محوری به شکل رابطه‌ی ۲۰ استفاده می‌کنیم:

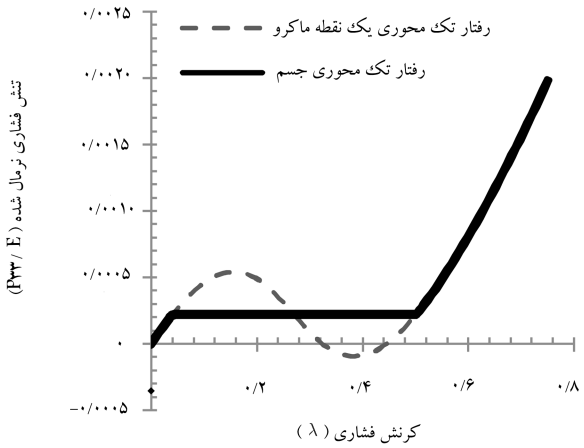
$$\left[F_{ij}^{Macro}\right]_{i\times j} = [F_{ij}]_{i\times j} = \begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱-\lambda \end{pmatrix} \tag{۲۰}$$

که در آن، λ در رابطه‌ی ۱۶ تعریف شده است و می‌تواند در بازه‌ی(۱ و ۰] تغییر کند. البته، در اینجا، برای اینکه از محدوده‌ی کاربرد این روش (یعنی ناحیه‌ی تغییرشکل خطی و ناحیه‌ی تنش ثابت فوم‌ها) خارج نشویم، مقدار بیشینه‌ی λ را به ۰٫۷ محدود کرده‌ایم. با استفاده از رابطه‌ی اخیر، در قالب رابطه‌ی همگن‌سازی به‌دست‌آمده در رابطه‌ی ۱۵، نمودار تنش ـکرنش همگن‌سازی شده‌ی سلول ۴ عضوی منظم به‌صورت نشان داده در شکل ۹ به‌دست می‌آید (منحنی خط‌چین). توجه کنید که این نمودار در حقیقت رفتار یک نقطه‌ی مادی از جسم (تحت آزمایش تک‌محوری) را نمایش می‌دهد که ریزساختار آن از تکرار سلول پایه‌ی نشان داده‌شده در شکل ۵ب به وجود آمده است.

حال اگر فرض کنیم نمودار تنش ـکرنش همگن‌سازی شده‌ی به‌دست آمده در شکل ۹ بیانگر رابطه‌ی ساختاری یک نقطه از جسم باشد، رفتار تک‌محوری کل جسم با استفاده از مطالب مطرح‌شده در بخش ۳ به‌صورت منحنی (خط پر) نشان داده‌شده در شکل ۹ به‌دست می‌آید. کمیت‌های تک‌محوری مربوط به نمودار اخیر در جدول ۱ آورده شده‌اند. در قسمت بعد، اثر ایجاد نقص هندسی در سلول پایه‌ی ۴ عضوی، بر کمیت‌های تک‌محوری جدول مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۲.۴. سلول ۴ عضوی دارای نقص هندسی

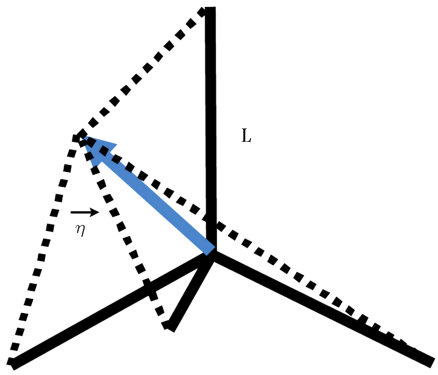
نقص هندسی نسبت به سلول منظم بخش ۱.۴. تعریف شده است، و در قالب تغییرات کوچک در محل رأس آن در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر، ریزساختارهای



شکل ۹. نمودار تنش ـکرنش همگن‌سازی شده برای فوم با سلول‌پایه‌ی ۴ عضوی منظم.

جدول ۱. توصیف رفتار تک‌محوری جسم ماکروسکوپی ساخته شده از سلول‌پایه‌ی چهارعضوی منظم.

$\Delta\lambda$	λ_i	σ_p	E
۰٫۴۶۰۷	۰٫۰۴۰۵	۲٫۲۳۷۶ e-۴	۰٫۰۰۶۰



شکل ۱۰. نقص در هندسه‌ی ریزساختار در قالب انحراف در محل رأس سلول پایه، نسبت به حالت منظم سلول معرفی می‌شود (در اینجا برای وضوح بهتر، اندازه‌ی خروج از محوریت رأس بزرگ‌نمایی شده است).

ناقص از طریق ایجاد آشفتگی در محل رأس سلول‌پایه‌ی منظم (شکل ۵ب) تولید می‌شوند. در این راستا، از نسبت آشفتگی γ به‌صورت رابطه‌ی ۲۱ استفاده می‌شود:

$$\gamma = \frac{\|\vec{\eta}\|}{L} \tag{۲۱}$$

که در آن، $\|\vec{\eta}\|$ میزان انحراف در محل رأس سلول را مشخص می‌کند. همچنین، L طول اعضا در سلول‌پایه‌ی منظم (قبل از ایجاد آشفتگی) را نشان می‌دهد، که در اینجا به‌عنوان معیاری از اندازه‌ی سلول، مورد استفاده قرارگرفته است؛ این مقادیر در شکل ۱۰ مشخص شده‌اند.

با تعریف نسبت آشفتگی، اکنون باید روشی برای اعمال آن در نظرگرفته شود. به این منظور، از کره‌ی فرضی به شعاع R، که مرکز آن در محل رأس سلول پایه منظم فرض می‌شود، استفاده می‌کنیم. برای اعمال نسبت آشفتگی $\gamma = R/L$ کافی است تا رأس سلول پایه بر روی سطح کره (به شعاع R) قرار گیرد. اما برای آنکه این کار از لحاظ محاسباتی عملی باشد، از تعداد محدودی نقطه، که به‌صورت

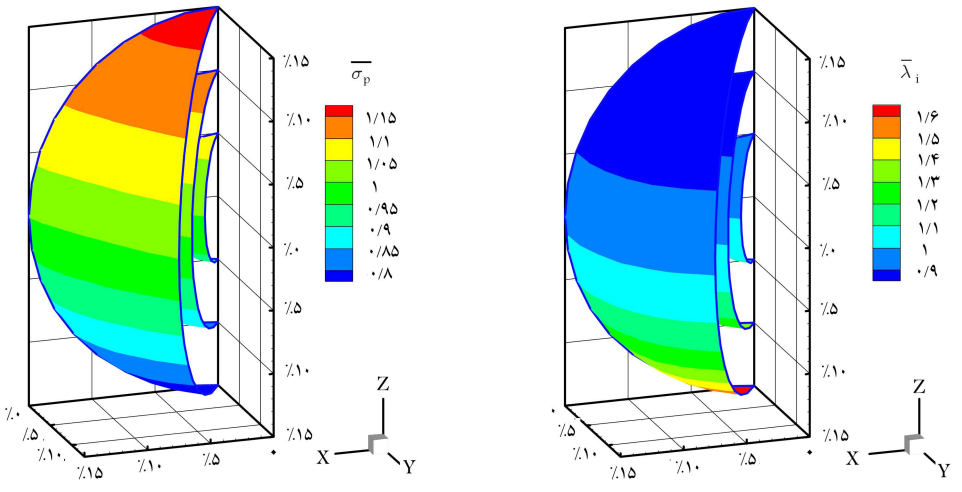
متوازن بر روی سطح کره توزیع شده‌اند، استفاده می‌شود. با تکرار این روش برای کره با شعاع‌های مختلف می‌توان تمامی حالات محتمل برای انحراف رأس سلول در فضا را در نظر گرفت. البته برای آنکه توزیع نقاط علاوه بر سطح، در فضا نیز یکنواخت باشد؛ لازم است تا تعداد نقاط انتخابی بر روی سطح هر کره با فاصله‌گرفتن از مرکز، متناسب با R^2 افزایش یابد. با مشخص‌شدن وضعیت هندسی سلول‌های دارای نقص، مقادیر E، σ_p، $\Delta\lambda$ و λ_i به روش مطرح‌شده در بخش ۳ برای هر حالت به‌صورت جداگانه محاسبه می‌شوند. از مقایسه‌ی مقادیر به‌دست‌آمده با کمیت‌های متناظر، که پیش‌تر برای سلول پایه‌ی منظم (جدول ۱) به‌دست آمده بودند، می‌توان تغییرات ایجادشده در رفتار تک‌محوری فوم را به ازای اعمال آشفتگی‌های مختلف در محل رأس سلول پایه‌ی آن مورد بررسی قرار داد.

در ادامه، برای درک بهتر روند این تغییرات، کمیت‌های $\bar{E}$، $\overline{\Delta\lambda}$، $\bar{\sigma}_p$ و $\bar{\lambda}_i$ معرفی شده‌اند، که به ترتیب از تقسیم کمیت‌های E، σ_p، $\Delta\lambda$ و λ_i در سلول پایه‌ی آشفته، بر مقدار متناظرشان در سلول پایه‌ی منظم (جدول ۱)، محاسبه می‌شوند. در این میان لازم است به این نکته توجه شود که شرط تکراری‌بودن ریز ساختار الزام می‌کند که آشفتگی در همه‌ی رأس‌های ساختار سلولی به‌صورت یکسان اتفاق افتد؛ در ادامه، به بررسی اثر این آشفتگی‌ها می‌پردازیم.

در این پژوهش، نسبت آشفتگی به مقدار ۱۵٪ محدود شده است. همچنین به علت تقارن سلول نسبت به محور بارگذاری (محور z) انحراف رأس سلول فقط بر روی $\frac{1}{8}$ از سطح کره‌های مورد بحث در نظر گرفته شده است. برای شروع مقدار کمیت‌های $\bar{E}$، $\bar{\sigma}_p$، $\overline{\Delta\lambda}$ و $\bar{\lambda}_i$ برای نسبت‌های مختلف آشفتگی و حالات مختلف انحراف رأس سلول محاسبه و بر روی نقاط متناظر خود بر روی سطح کره مشخص شده‌اند. شکل ۱۱، نحوه‌ی تغییر این کمیت‌ها را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، مقادیر بیشینه (یا کمینه) $\bar{\lambda}_i$ و $\bar{\sigma}_p$ در قطب کره‌ها رخ می‌دهند. به عبارت دیگر، هنگامی که انحراف رأس سلول در راستای عضو شماره‌ی ۴ (در راستای بارگذاری) اعمال می‌شود، نمودار تنش ـکرنش قطعه‌ی فوم بیشترین تغییرات را نشان می‌دهد. به‌علاوه هر دو کمیت $\bar{\lambda}_i$ و $\bar{\sigma}_p$ در این مورد مشترک‌اند که با جابجایی رأس سلول در تراز یکسان از محور z، تقریباً ثابت باقی می‌مانند.

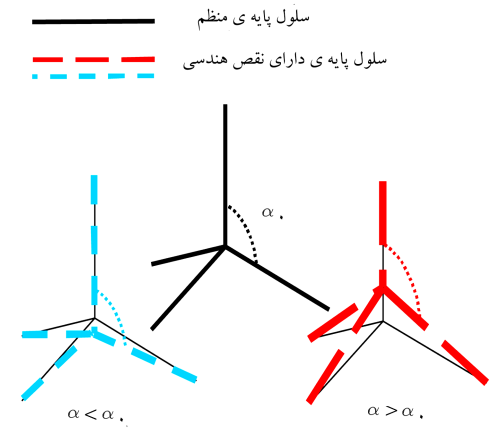
اما آنچه که در مورد این کمیت‌ها متفاوت است، تغییر آن‌ها با تغییر محل رأس در راستای محور z است: در حالی که $\bar{\lambda}_i$ روندی غیرخطی دارد، $\bar{\sigma}_p$ به‌صورت خطی تغییر پیدا می‌کند. روند تغییرات دو کمیت محوری دیگر یعنی $\bar{E}$ و $\overline{\Delta\lambda}$ شباهت زیادی به $\bar{\sigma}_p$ دارد، از این رو، این کمیت‌ها در شکل ۱۱ آورده نشده‌اند. در ادامه، ابتدا به بررسی توصیفی اثر آشفتگی ریزساختار بر نمودار تنش ـکرنش همگن‌سازی شده می‌پردازیم، و سپس، محدوده‌ی تغییر هر یک از کمیت‌های $\bar{E}$، $\overline{\Delta\lambda}$، $\bar{\sigma}_p$ و $\bar{\lambda}_i$ را برای نسبت‌های آشفتگی مختلف مطالعه می‌کنیم. به منظور تحقق هدف اول از مجموعه‌ی ریزساختارهای ناقص، که با استفاده از نسبت آشفتگی ۵٪ ایجاد شده‌اند، استفاده می‌شوند. همچنین، از میان همه‌ی حالات ممکن وضعیت‌هایی در نظر گرفته می‌شوند، که بیشترین تغییرات را در نمودار تنش ـکرنش همگن‌سازی شده ایجاد کنند. بر اساس آنچه که در شکل ۱۱ مشاهده کردیم، این حالت‌ها هنگامی رخ می‌دهند که انحراف رأس سلول در راستای محور z و عضو قائم اتفاق افتد (شکل ۱۲الف).

اگر چه تغییر طول اعضا در تغییرات ایجادشده در نمودار تنش ـکرنش مؤثر است، ولی بیشترین سهم در این حالات را می‌توان به افزایش و یا کاهش زاویه‌ی اعضای مایل با عضو قائم (α) نسبت داد. شکل ۱۲ب نحوه‌ی انحراف نمودار تنش ـکرنش از وضعیت مربوط به سلول پایه‌ی منظم (شکل ۵ب) را نشان می‌دهد. توجه کنید که کاهش زاویه‌ی α سبب کاهش دامنه‌ی تغییرات نمودار در ناحیه‌ی تغییر تقعر می‌شود. با مشخص‌شدن محدوده‌ی تغییرات نمودار تنش ـکرنش به ازای ایجاد آشفتگی ۵٪، حد بالا و پایین تغییرات برای هر یک از کمیت‌های $\bar{E}$، $\bar{\sigma}_p$، $\overline{\Delta\lambda}$ و $\bar{\lambda}_i$ به‌دست می‌آید. حال اگر همین مسیر را برای نسبت‌های آشفتگی دیگر در بازه‌ی $(0, \frac{15}{100})$ تکرار کنیم، نمودارهای رسم‌شده در شکل ۱۳ حاصل می‌شوند. این نمودارها محدوده‌ی تغییرات هر یک از کمیت‌های $\bar{E}$، $\bar{\sigma}_p$، $\overline{\Delta\lambda}$ و $\bar{\lambda}_i$ را در صورت ایجاد نقص هندسی در ریزساختار نمایش می‌دهند. شکل ۱۳ نشان می‌دهد که با افزایش آشفتگی در شکل ریزساختار حد بالا یا پایین خواص مکانیکی تک‌محوری فوم به‌صورت خطی با آشفتگی تغییر می‌یابد. اما برای بررسی دقیق‌تر ماهیت این تغییرات لازم است تا از روش‌های انطباق‌داده استفاده کنیم. به این منظور، مجموعه‌ی

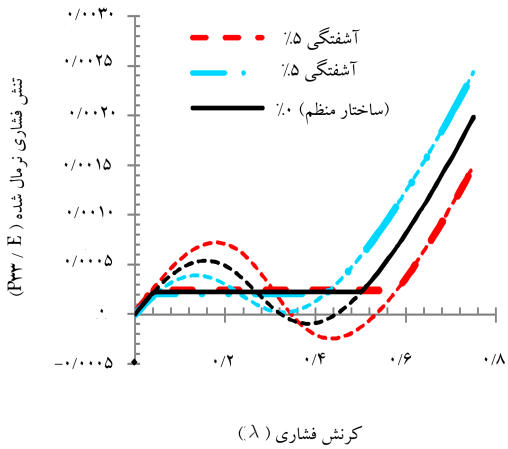


الف)کرنش آغازین ناحیه ی تنش ثابت در نمودار رفتار تک محوری؛ ب)مقدار تنش در این ناحیه، برای نسبت های آشفتگی ۵، ۱۰و ۱۵٪.

شکل ۱۱. اثر ایجاد آشفتگی هندسی در ریزساختار فوم بر نمودار تنش ـکرنش تک‌محوری آن. آشفتگی از طریق انحراف رأس از محل اولیه‌ی خود در سلول پایه‌ی منظم، و قراردادن آن بر روی سطح کره‌هایی با شعاع‌های مختلف ایجاد می‌شود. هر کره مشخص‌کننده‌ی یک نسبت آشفتگی است و با افزایش شعاع کره‌ها نسبت آشفتگی افزایش می‌یابد (مقادیر نشان داده‌شده در نمودار نسبت به کمیت‌های متناظر خود از جدول ۱ تعدیل شده‌اند).



الف)نمای عمومی آشفتگی هایی که سبب بیشترین تغییرات در کمیت های تک محوری می شوند؛



ب)نمودار تنش - کرنش متناظر با این وضعیت ها برای آشفتگی ٪۵

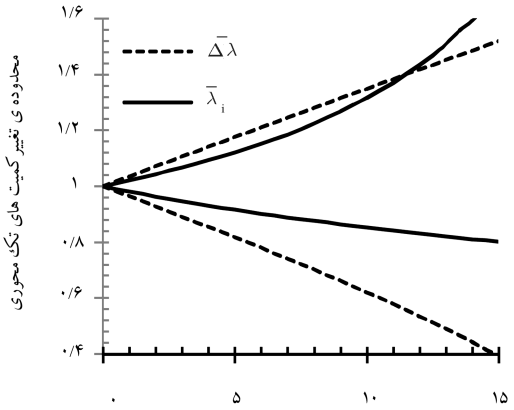
شکل ۱۲. بررسی توصیفی اثر آشفتگی هندسی بر نمودار تنش ـ کرنش تک‌محوری.

توابع به‌صورت رابطه‌ی ۲۲ انتخاب می‌شوند:

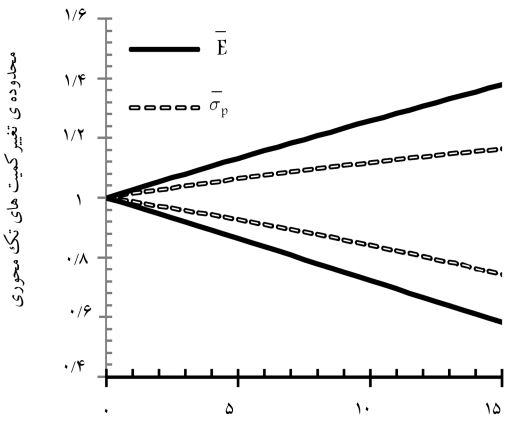
$$y = C\,x^{n} + 1 \qquad (22)$$

در این رابطه، اگر به جای x نسبت‌های آشفتگی مختلف نشان داده‌شده در شکل ۱۳ جایگزین شوند، ضرایب ثابت C و n طوری به‌دست می‌آیند که y کمترین فاصله را از کمیت‌های $\bar{E}$، $\bar{\sigma}_p$، $\overline{\Delta\lambda}$ و $\bar{\lambda}_i$ داشته باشد. این کار از طریق حل معادله‌ی غیرخطی کمترین مربعات انجام می‌شود. واضح است که به‌دست‌آوردن مقادیر ۱، ۲ و... برای n، ماهیت خطی، مرتبه‌ی دو، و یا بالاتر تغییرات را نشان خواهد داد. جدول ۲ نتایج تطبیق داده‌ها را برای نمودارهای رسم‌شده در شکل ۱۳ نشان می‌دهد.

با دقت در اعداد نشان داده‌شده در جدول ۲ برای n می‌توان دریافت که حد بالا و پایین به‌دست‌آمده برای کمیت‌های $\bar{E}$، $\bar{\sigma}_p$، $\overline{\Delta\lambda}$ و همچنین حد پایین محاسبه‌شده برای $\bar{\lambda}_i$ روندی خطی (و یا شبه‌خطی) در تغییرات با آشفتگی نشان می‌دهند. این در حالی است که حد بالای $\bar{\lambda}_i$ به‌صورت تابع مرتبه‌ی ـ دو با آشفتگی افزایش پیدا می‌کند.



الف)حد بالا و پایین مقادیر به دست آمده برای $\overline{\Delta\lambda}$ و $\bar{\lambda}_i$ ؛



ب)$\bar{E}$ ، $\bar{\sigma}_p$.

شکل ۱۳. بیشینه‌ی تغییرات به‌وجودآمده در کمیت‌های تک‌محوری (نسبت به سلول پایه‌ی منظم) در اثر ایجاد آشفتگی در هندسه‌ی ریزساختار.

جدول ۲. توصیف رفتار تک‌محوری ساخته‌شده از سلول پایه‌ی ۴ عضوی منظم.

	حد بالا		حد پایین	
	C	n	C	n
$\bar{E}$	۰٫۰۲۸	۰۹۶/	-۰٫۰۲۷	۱٫۰۱۴
$\bar{\sigma}_p$	۰٫۰۱۶	۰٫۸۶۷	-۰٫۰۱۱	۱٫۱۵۳
$\bar{\lambda}_i$	۰٫۰۰۵	۱٫۸۱۱	-۰٫۰۲۳	۰٫۷۹۹
$\overline{\Delta\lambda}$	۰٫۰۳۶	۰٫۹۸۳	-۰٫۰۳۰	۱٫۶

۵. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، اثر نقص در هندسه‌ی ریزساختار فوم (سلول‌باز) بر رفتار تک‌محوری آن بررسی شد. به این منظور، مدل همگن‌سازی ارائه‌شده [۱۰] مورد استفاده قرار گرفت. این مدل، ساختاری متناوب برای فوم فرض می‌کند که از تکرار یک واحد سازنده‌ی یکسان به نام سلول پایه تشکیل شده است. نقص در هندسه‌ی ریزساختار از طریق ایجاد آشفتگی (جابجایی کوچک) در محل رأس سلول پایه‌ی آن اعمال می‌شود.

به این ترتیب، نمودار تنش ـکرنش برای سلول پایه‌های دارای نقص هندسی با استفاده از روش همگن‌سازی محاسبه، و نتایج حاصل در قالب کمیت‌های تک‌محوری فوم (مانند مدول یانگ، طول ناحیه‌ی تنش ثابت، مقدار تنش ثابت، و کرنش آغازین این ناحیه) ارائه شد. در ادامه، با مقایسه‌ی کمیت‌های حاصل با آنچه پیش‌تر برای سلول پایه‌ی منظم به‌دست آمده بود،[10] نحوه‌ی تغییر نمودار تنش ـکرنش تک‌محوری با افزایش میزان آشفتگی در هندسه‌ی سلول پایه، به‌صورت کمی و کیفی بررسی شد. در این راستا نتایج نشان داد که:

- حد بالا و پایین به‌دست‌آمده برای کمیت‌های تک‌محوری نظیر شیب اولیه‌ی نمودار در ناحیه‌ی ارتجاعی (مدول یانگ)، مقدار تنش ثابت (تنش تسلیم) و طول ناحیه‌ی تنش ثابت، روندی خطی (و یا شبه‌خطی) در تغییرات با آشفتگی نشان می‌دهند.
- این در حالی است که حد بالای دیگر کمیت تک‌محوری یعنی کرنش آغازین ناحیه‌ی تنش ثابت (کرنش تسلیم) به‌صورت تابع مرتبه‌ی دو با آشفتگی افزایش پیدا می‌کند.

به علاوه، بررسی‌ها مشخص کرد که بیشترین تغییرات در کمیت‌های مورد بحث برای حالتی پدید می‌آیند که آشفتگی رأس سلول در راستای محور تقارن آن اتفاق افتد.

پانوشت‌ها

1. homogenization
2. basic-cell (or unit-cell)
3. representative volume element (RVE)

منابع (References)

1. Ashby, M.F. and et al., *Metal Foams: A Design Quide*, 1st Edition, Oxford, UK, Butterworth-Heinemann (2000).
2. Geers, M.G.D., Kouznetsova, V.G. and Brekelmans, W.A.M. "Multi-scale computational homogenization: Trends and challenges", *Journal of Computational and Applied Mathematics,* **234**(7), pp. 2175-2182 (2010).
3. Hohe, J. and Becker, W. "Effective mechanical behavior of hyperelastic honeycombs and two-dimensional model foams at finite strain", *International Journal of Mechanical Sciences*, **45**(5), pp. 891-913 (2003).
4. Demiray, S., Becker, W. and Hohe, J. "Analysis of two- and three-dimensional hyperelastic model foams under complex loading conditions", *Mechanics of Materials*, **38**(11), pp. 985-1000 (2006).
5. Takahashi, Y., Okumura, D. and Ohno, N. "Yield and buckling behavior of Kelvin open-cell foams subjected to uniaxial compression", *International Journal of Mechanical Sciences*, **52**(2), pp. 377-385 (2010).
6. Plateau, J.A.F., *Statique Experimentale Et Théorique Des Liquides Soumis Aux Seules Forces Moleculaires*, 1st Edition. Paris, Gauthier-Villiard (1873).
7. Hardenacke, V. and Hohe, J. "Local probabilistic homogenization of two-dimensional model foams accounting for micro structural disorder", *International Journal of Solids and Structures,* **46**(5), pp. 989-100 (2009).
8. Hård af Segerstad, P., Larsson, R. and Toll, S. "A constitutive equation for open-cell cellular solids, including viscoplasticity, damage and deformation induced anisotropy", *International Journal of Plasticity*, **24**(5), pp. 896-914 (2008).
9. Hård af Segerstad, P. and Toll, S. "Open-cell cellular solids: A constitutive equation for hyperelasticity with deformation induced anisotropy", *International Journal of Solids and Structures*, **45**(7-8), pp. 1978-1992 (2008).
10. Wang, Y. and Cuitiño, A.M. "Three-dimensional nonlinear open-cell foams with large deformations", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **48**(5), pp. 961-988 (2000).
11. Romero, P.A., Zhang, S.F. and Cuitiño, A.M. "Modeling the dynamic response of visco-elastic open-cell foams", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* **56**(5), pp. 1916-1943 (2008).
12. Romero, P.A., Soboyejo, W.O. and Cuitiño, A.M. "Modeling of dynamically loaded open-cell metallic foams: Yielding, collapse, and strain rate effects", *ASME Journal of Applied Mechanics,* **77**(3), pp. 1-8 (2010).
13. Gitman, I.M., Askes, H. and Sluys, L.J. "Coupled-volume multi-scale modelling of quasi-brittle material", *European Journal of Mechanics A/Solids,* **27**(3), pp. 302-327 (2008).
14. Ericksen, J.L., *Introduction to the Thermodynamics of Solids*, Revised Edition, New York, Springer-Verlag New York, Inc. (1998).