

مدل سازی پی پوسته‌ی مخروطی بتن مسلح با شیب‌های مختلف

مرتضی شیخی* (دانشجوی دکتری)

حسن حاجی‌کاظمی (استاد)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

مهندسی عمران شریف، تابستان ۱۳۹۳
دربی ۲-۳، شماره ۲، ص. ۶۷-۶۱

پی‌های پوسته‌ی از جمله پی‌هایی هستند که با توجه به ساختار و شکل‌شان در مقایسه با انواع مسطح دارای ضخامت‌های کمتر و مقاومت بیشتری هستند. این کاهش ضخامت به صرفه‌جویی در مصالح و کاهش هزینه‌ها منجر می‌شود. علاوه بر این، شکل خاص آنها باعث افزایش باربری خاک می‌شود و خصوصیات رفتاری به شکل چشم‌گیری بهبود پیدا می‌کند. در این پژوهش با مدل‌سازی، رفتار تعدادی پی پوسته‌ی مخروطی بتن مسلح با ابعاد کاربردی با روش اجزاء محدود و نرم‌افزار ABAQUS مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحلیل، که به صورت غیرخطی مصالح است، بتن، خاک و فولادها کاملاً مدل شده‌اند. نتایج عددی نشان می‌دهند که پی پوسته‌ی مخروطی در مقایسه با نوع مسطح آن، دارای مقاومت بیشتری است. با افزایش ارتفاع پی مخروطی، مقاومت افزایش می‌یابد و در ارتفاعی بهینه، بیشترین مقاومت را خواهد داشت.

واژگان کلیدی: پی پوسته‌ی مخروطی، روش اجزاء محدود، بتن مسلح، اندرکنش خاک و سازه.

۱. مقدمه

توسعه‌ی کاربرد پوسته‌ها، در دهه‌های اخیر، در ساخت و سازه‌های مدرن مهندسی عمران، دوران روشن و درخشانی داشته است و نمونه‌های بسیاری از پوسته‌های نازک مسلح در شکل‌های مختلف، به ویژه در سقف‌ها، در سراسر جهان اجرا شده است. در حدود دهه‌ی ۵۰ میلادی، برای اولین بار در مکزیک، پوسته‌ها در پی‌سازی مورد استفاده قرار گرفتند.^[۱] این گونه پی‌ها، به ویژه در خاک‌های سست، گزینه‌ی بسیار مناسبی به شمار می‌آیند. البته با توجه به ساختار و شکل‌های مختلف هندسی، دقت در اجرای صحیح این سازه‌ها، اهمیت ویژه‌ی دارد.

مزیت دیگر این گونه پی‌ها، انواع پیش‌ساخته‌ی آن است که حتی در مقیاس و ابعاد بزرگ در مقایسه با پی‌های مسطح معمولی وزن کمتری دارد و در بتن مصرفی صرفه‌جویی می‌شود. اصولاً پوسته‌ها سازه‌هایی هستند که مقاومت‌شان بیشتر ناشی از شکل آنهاست و نه از حجم و جرمشان. بنابراین با کمترین مصالح بیشترین کارایی را دارند.

طراحی کامل یک پی شامل دو بخش مجزاست که به طور خلاصه به صورت طراحی ژئوتکنیکی و طراحی سازه‌ی تقسیم می‌شود. طراحی ژئوتکنیکی، یافتن ابعاد مناسب پی است تا تحت بارهای سرویس تنش زیر پی و نشست آن در محدوده‌ی مجاز قرار گیرد. ساده‌ترین و کاراترین پی منفرد پوسته‌ی، پی مخروطی است که در شکل ۱، دو نمونه از آنها نشان داده شده است. پژوهش‌ها در مورد رفتار ژئوتکنیکی پی‌های پوسته‌ی به تعدادی روابط تئوری و تجربی برای پیش‌بینی ظرفیت باربری

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۱/۲/۲۶، اصلاحیه ۱۳۹۱/۸/۱۰، پذیرش ۱۳۹۱/۹/۶.

morteza.sheykhi@gmail.com
hkazemi@ferdowsi.um.ac.ir

نهایی این پی‌ها منجر شده است. در سال ۱۹۷۲، یک سری تحقیقات آزمایشگاهی به منظور مطالعه‌ی اثر هندسه‌ی پوسته در ظرفیت باربری، نشست و توزیع تنش خاک زیر پی انجام شد.^[۲] در سال ۱۹۹۴ هم یک سری تحلیل‌های اجزاء محدود پارامتریک به منظور یافتن تغییر مکان‌های عمودی پی‌های پوسته‌ی مخروطی انجام شد.^[۳]

در پژوهشی دیگر (۱۹۹۴) نیز رفتار شکل‌های مختلف پی‌های پوسته‌ی از نظر شکست هسته‌ی خاکی با استفاده از تحلیل اجزاء محدود بررسی و با نمونه‌های مسطح مقایسه شد.^[۴] همچنین با استفاده از نرم‌افزار اجزاء محدود NISA، پی‌های گنبدی، مخروطی و هاپار مدل‌سازی شدند و پارامترهای مختلف از قبیل ضریب اصطکاک، نوع خاک و شرایط بارگذاری مختلف و لنگر بر ظرفیت باربری و نشست پی‌ها مورد بررسی قرار گرفت.^[۵] همچنین در تحلیل اجزاء محدود تعدادی پی مخروطی و هرمی با استفاده از Plaxis نشان داده شد که با افزودن اجزای تیری لبه‌ی، افزایش ظرفیت باربری مشاهده می‌شود.^[۶] در پژوهش دیگری نیز تعداد ۸ نمونه‌ی مخروطی و هرمی بر روی ماسه‌ی تقویت‌شده و تقویت‌نشده، آزمایش و با نتایج عددی حاصل از plaxis مقایسه شد.^[۷] پژوهشگرانی نیز با آزمایش تعدادی نمونه‌ی پوسته‌ی تک و مقایسه با نمونه‌های مسطح، ظرفیت باربری آنها را بر روی خاک‌های دانه‌ی مورد مطالعه قرار دادند.^[۸]

تحقیقات آزمایشگاهی و تئوریک کمی در زمینه‌ی تنش‌ها و کرنش‌های پوسته‌ها از قبیل تنش‌های غشایی، لنگر خمشی، برش و تغییر شکل‌ها انجام شده است.

۲. تحلیل پی پوسته‌ی مخروطی

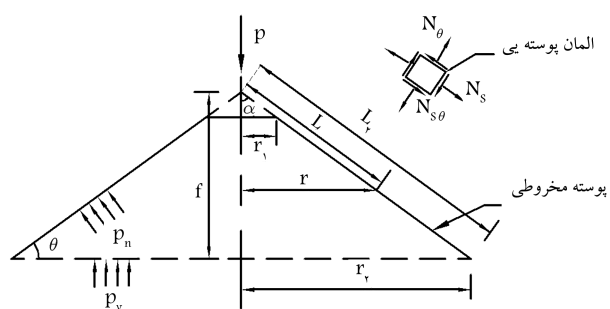
برای تحلیل پوسته‌ها تئوری‌هایی چون تئوری غشایی، تئوری خمشی و تئوری بار نهایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تئوری غشایی با صرف نظر از مقاومت خمشی پوسته فقط نیروهای مقاوم در صفحه‌ی پوسته وجود خواهد داشت (شکل ۲).

به هر حال اگر به دلایلی پوسته توان تحمل بارها را تنها به وسیله‌ی متوجه‌های غشایی نداشته باشد، باید علاوه بر مود غشایی از مود خمشی استفاده کرد. بنابراین در حالت کلی ۸ برآیند تنش در هر نقطه از پوسته وجود دارد که ۳ برآیند مربوط به رفتار خمشی است. مود خمشی مقاوم در برابر بارهای اعمالی در مورد پوسته‌ها به طور کامل می‌تواند با دو نیروی برشی، دو لنگر خمشی و یک لنگر پیچشی تعریف شود. به این ترتیب در هر نقطه‌ی دلخواه در صفحه‌ی (x, y) ، نیروی برشی Q_x و لنگر خمشی M_x را در جهت x و نیروی برشی Q_y و لنگر خمشی M_y را در جهت y و لنگر پیچشی $M_{xy} = -M_{yx}$ که کاملاً تشریح‌کننده‌ی تنش‌های خمشی موجود در صفحه است، تعریف می‌شوند.

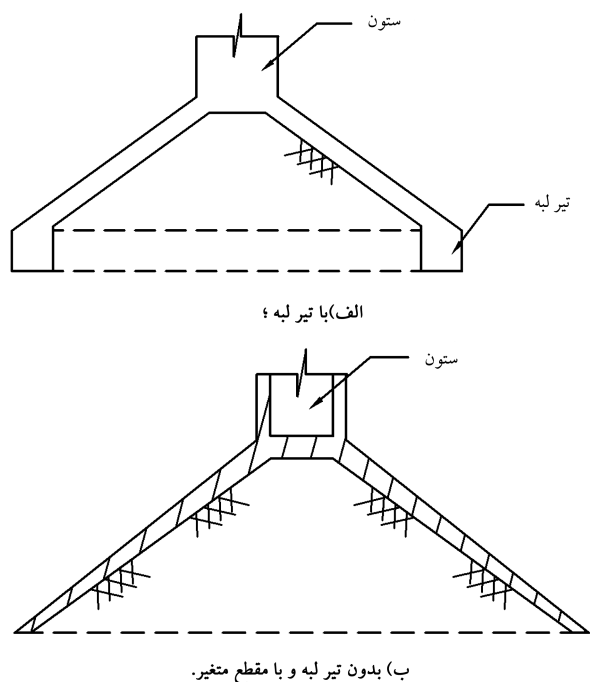
در تئوری غشایی، تعادل نیروها برقرار است؛ در حالی که الزاماً سازگاری تغییرشکل‌ها وجود ندارد. از سوی دیگر تئوری خمشی علاوه بر تعادل نیروها، سازگاری تغییرشکل‌ها را نیز بهتر برقرار می‌کند. همچنین تئوری غشایی پاسخگوی همه‌ی اشکال مختلف پی‌های پوسته‌ی نیست و برای به دست آوردن پاسخ‌های واقعی‌تر، در بسیاری از موارد استفاده از تئوری خمشی اجتناب ناپذیر است. در تئوری خمشی، سیستم کلی منتجه‌های تنش‌های محوری، خمشی و برشی به صورت $N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}, Q_x, Q_y$ تعریف می‌شود، که همه‌ی معادلات تعادل و سازگاری را هم‌زمان ارضاء می‌کند.

تئوری خمشی معمولاً با دو روش: ۱. تقریبی، ۲. نسبتاً دقیق و پیچیده و زمان‌بر، تحلیل می‌شوند. تحلیل‌های دسته‌ی دوم، به دو گروه تحلیل‌های عددی و تحلیل‌های دقیق با فرمول‌های بسته تقسیم می‌شوند. در تحلیل‌های عددی دو روش تفاوت‌های محدود و اجزاء محدود به کار می‌روند، که پرکاربردترین روش‌های مورد استفاده برای تحلیل پوسته‌های بتنی همچون سقف‌ها و یا پی‌ها هستند. اگر چه روش اجزاء محدود از حدود دهه‌ی پنجاه میلادی متداول شده است، اما با توجه به کارایی بالای آن به سرعت در تحلیل سازه‌های مختلف از جمله پوسته‌ها مورد استفاده قرار گرفته است.

به منظور کالیبره کردن مدل‌سازی‌های این پژوهش و همچنین سنجش میزان خطاهای روش مدل‌سازی انتخابی با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS، که نرم‌افزاری بر پایه‌ی اجزاء محدود است، نمونه‌های آزمایشی Kurian و همکاران^[۱] که از جنس Perspex (plexiglass) و مشخصات شکل ۳، تحلیل و نتایج حاصل با اطلاعات آزمایشگاهی مقایسه شده است. در این نمونه‌ها، مدول کشسانی Perspex برابر



شکل ۲. تنش‌های غشایی در پی مخروطی.

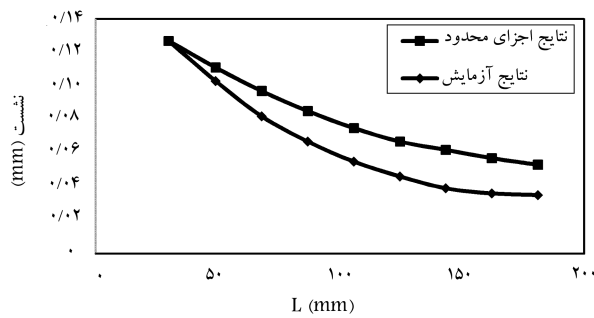


شکل ۱. پی‌های تک مخروطی.

مطالعات تئوریک شامل فرمول‌سازی ریاضی، روش اجزاء محدود و روش تفاوت محدود می‌شود. در بعضی از تحقیقات مدل‌های خطی وینکلر و یا پاسترنک برای شبیه‌سازی رفتار خاک به کار رفته است. در تعداد کمی از مدل‌ها توزیع فشار تماسی خاک مورد مطالعه قرار گرفته است. تحقیقات نشان می‌دهد که توزیع فشار خاک زیر پی پوسته‌ی به صورت یکنواخت نیست، در حالی که در بسیاری از طراحی‌های سازه‌ی مبتنی بر تئوری غشایی توزیع فشار خاک زیر پی به صورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود.

پژوهشگرانی هم با تحلیل هزینه‌ی پی‌های مخروطی و گنبد‌های وارونه، مرابای این‌گونه پی‌ها را مورد مطالعه قرار داده‌اند.^[۹] در پژوهشی نیز پاسخ دینامیکی غیرخطی پوسته‌های کم عمق دو انحنایی بر یک بستر کشسان و وینکلر - پاسترنک که تحت بار سینوسی قرار دارد، مورد مطالعه قرار گرفت.^[۱۰] همچنین در پژوهشی دیگر ارتعاش آزاد پوسته‌های استوانه‌ی نیمه مدفون در یک بستر کشسان را با مدل‌سازی به روش اجزاء محدود مورد مطالعه قرار دادند.^[۱۱] پژوهشگرانی هم مسئله‌ی ارتعاش پوسته‌های کم عمق کروی با تکیه‌گاه‌های ساده بر بستر وینکلر را با تعریف یک روش تابع شبه گرین مورد مطالعه قرار دادند.^[۱۲] تابع شبه گرین با استفاده از راه‌حل‌های اساسی و معادلات مرزی معرفی شد. در طی این سال‌ها، پژوهشگران دیگری نیز در این زمینه تحقیقاتی انجام داده‌اند.

همان‌گونه که از روند تحقیقات مذکور بر می‌آید، در سال‌های اخیر، تحقیقات در مورد پی‌های پوسته‌ی به سمت کارهای عددی متمایل شده است و فقدان مدل‌سازی عددی و تحلیل غیرخطی و دقیق این‌گونه پی‌ها در زمینه‌ی ژئوتکنیکی و سازه‌ی به ویژه اندرکنش خاک و سازه به منظور بررسی بیشتر رفتارشان آشکار است. در این راستا، در این پژوهش با مدل‌سازی سه بعدی و دقیق، تعدادی پی پوسته‌ی مخروطی با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS که توانایی مدل‌سازی بتن، خاک، اندرکنش بین خاک و بتن را دارد، رفتار این‌گونه پی‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل ۵. تغییرمکان زیر پی مخروطی نمونه، حاصل از آزمایش و مدل‌سازی با ABAQUS.

ارائه شده است. در این شکل، تغییرمکان زیر پی هم‌خوانی مناسبی بین روش اجزاء محدود و نتایج آزمایش نشان می‌دهد. این مقادیر در نقاط میانی پی به یکدیگر نزدیک‌تر هستند.

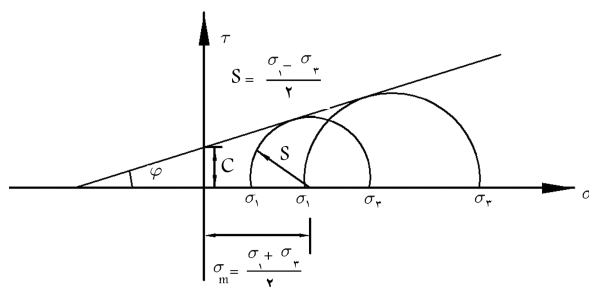
۳. مدل‌سازی پارامترهای پاسخ

در این بخش با در نظر گرفتن تعدادی پی مخروطی بتنی و تغییر پارامترهای مختلف، تأثیر تغییر این پارامترها در رفتار پی بررسی می‌شود. برای این منظور با مدل‌سازی پی‌هایی مخروطی‌شکل به شعاع ۱۰۰ سانتی‌متر و ارتفاع متغیر و ضخامت ۱۰ سانتی‌متر و بتنی با مقاومت مشخصه ۳۵ مگاپاسکال، به بررسی رفتار پی تحت تأثیر تغییر پارامترهای مختلف پرداخته شده است. در ادامه، اصول و مبانی مدل‌سازی مواد و معیارهای شکست ارائه شده است.

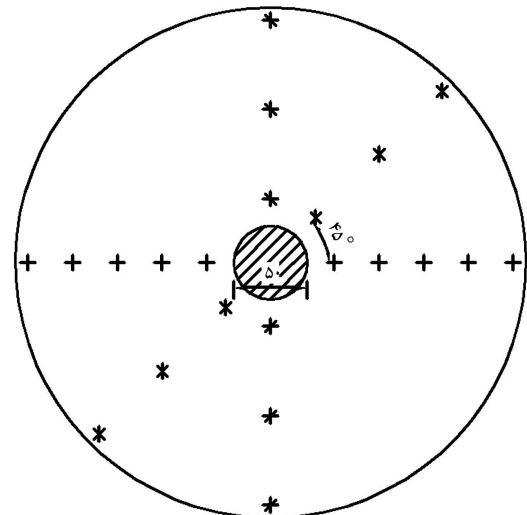
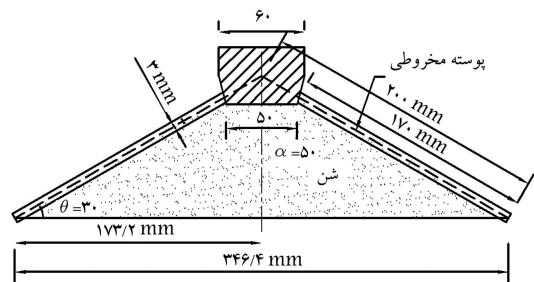
۱.۳ تئوری شکست خاک

برای مدل‌سازی خاک از تئوری شکست موهر-کولمب استفاده می‌شود. این معیار به مصالح همسان‌گرد اجازه‌ی سخت‌شدگی و نرم‌شدگی را می‌دهد. این معیار، مناسب کاربرد در طراحی مهندسی ژئوتکنیک برای شبیه‌سازی پاسخ خاک در بارهای یکساخت است.

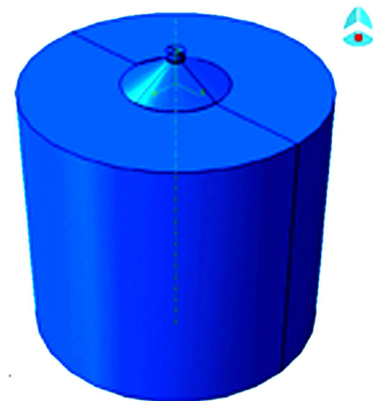
بر اساس این معیار، شکست زمانی اتفاق می‌افتد که تنش برشی در هر نقطه از مصالح به مقداری برسد که با تنش عمودی در همان صفحه یک رابطه‌ی خطی بسازد. مدل موهر-کولمب بر اساس رسم دوایر موهر برای حالت‌های تنش اصلی پیشینه و کمینه در حالت شکست تعیین می‌شود. بر اساس تعریف فوق، خط شکست بهترین خط مستقیمی است که بر این دوایر موهر مماس است. شکل ۶، مدل شکست موهر-کولمب را نشان می‌دهد.



شکل ۶. مدل شکست موهر-کولمب.



شکل ۳. نمونه‌ی پی مخروطی و محل کرنش سنج‌ها.



شکل ۴. مدل‌سازی پی مخروطی آزمایشی توسط ABAQUS.

۳۰۰۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع و ضریب پواسون آن برابر ۰/۳۴ است. این آزمایش بر روی یک خاک با رطوبت متوسط و از نوع شن و ماسه‌ی کوبیده‌شده با چگالی ۱۹/۱۱ کیلونیوتن بر مترمکعب، که درون یک مخزن استوانه‌یی انجام شده است. این نمونه تحت تأثیر باری برابر ۱ کیلونیوتن قرار گرفته است.

برای راستی‌سنجی روش انتخابی، کل نمونه‌ی آزمایشی و خاک زیر آن مدل شده و تغییرمکان پی در نقاط مختلف با استفاده از ABAQUS اندازه‌گیری شده است.

نمایی کلی از نمونه‌ی آزمایشی و خاک که با نرم‌افزار ABAQUS مدل‌سازی شده است، در شکل ۴ نشان داده شده است. در ادامه، نمودار تغییرمکان زیر پی در اثر بار وارده‌ی مدل حاصل از نتایج آزمایش و مدل‌سازی اجزاء محدود در شکل ۵

مطابق شکل ۶، مدل موهر-کولمب براساس رابطه‌های خطی ۱ و ۲ با فرض منفی بودن تنش فشاری تعریف می‌شود:

$$\tau = s \cos \phi; \quad \tau = c - \sigma \tan \phi \quad (۱)$$

$$\sigma = \sigma_m + s \sin \phi \quad (۲)$$

در این روابط، ϕ ضریب اصطکاک داخلی خاک است. با جای‌گذاری σ (تنش عمودی) و τ (تنش برشی) و ضرب طرفین رابطه‌ی فوق در $\cos \phi$ مدل موهر-کولمب به شکل روابط ۳ نوشته می‌شود:

$$s + \sigma_m \sin \phi - c \cos \phi = 0$$

$$s = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad \sigma_m = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (۳)$$

در حالت کلی تنش و حالت تنش سه بعدی، به راحتی می‌توان مدل را بر اساس روابط و ثابت‌های روابط ۴ بیان کرد:

$$F = R_{mc}q - p \tan \phi - c = 0$$

$$R_{mc}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \phi} \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) \tan \phi \quad (۴)$$

این روابط، شیب سطح تسلیم موهر-کولمب در صفحه‌ی تنش $p - R_{mc}q$ را نشان می‌دهد، که به زاویه‌ی اصطکاک داخلی مصالح و دامنه‌ی پیش‌تعریف‌شده‌ی متغیرها بستگی دارد. همچنین C چسبندگی مصالح و θ زاویه‌ی قطبی انحرافی است که به شکل روابط ۵ تعریف می‌شود:

$$\cos(3\theta) = \left(\frac{r}{q}\right)^2$$

$$p = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{trace}(\sigma)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}}(S : S)$$

$$r = \left(\frac{9}{2} S : S : S\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$S = \sigma + pI \quad (۵)$$

در این روابط، p تنش فشاری معادل، q تنش فن میزس معادل، r ثابت سوم تنش انحرافی و S تنش انحرافی است.

۲.۳. تئوری شکست و خسارت بتن

تئوری و روابط حاکم بر مدل خسارت و شکست بتن که در نرم‌افزار ABAQUS برای تحلیل بتن و دیگر مصالح شبه ترد استفاده می‌شود (concrete damaged plasticity)، در ادامه معرفی می‌شود. براساس این مدل، اصلی‌ترین مکانیزم شکست، ترک خوردگی در کشش و خردشدگی در فشار است. رفتار شکننده‌ی بتن هنگامی که فشار زیاد محصورکننده در ناحیه‌ی ترک‌ها به وجود آید، ناپدید می‌شود. مدل‌سازی رفتار بتن تحت تأثیر فشارهای زیاد هیدرواستاتیک با استفاده از این مدل مناسب نیست. مدل خسارت خمیری ABAQUS براساس مدل پیشنهادی Lubliner و همکاران^[۱۳] و Lee و Fenves^[۱۴] استوار است.

در اولین گام نرخ کرنش کل $\dot{\epsilon}$ به دو جزء نرخ کرنش کشسان $\dot{\epsilon}^{el}$ و نرخ کرنش خمیری $\dot{\epsilon}^{pl}$ تقسیم می‌شود (رابطه‌ی ۶):

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{pl} \quad (۶)$$

همچنین روابط تنش و کرنش به شکل رابطه‌ی ۷ است.

$$\sigma = (1 - d)D_0^{el} : (\epsilon - \epsilon^{pl}) = D^{el} : (\epsilon - \epsilon^{pl}) \quad (۷)$$

در این رابطه، D_0^{el} سختی کشسان اولیه‌ی مصالح (بدون خسارت)، $D^{el} = (1 - d)D_0^{el}$ سختی کشسان تقلیل‌یافته و d متغیر تقلیل سختی است، که از ۰ تا ۱ بسته به میزان خسارت تعریف می‌شود. بنابراین، براساس این مکانیزم شکست بتن، ماتریس سختی در طول تحلیل کاهش پیدا می‌کند. براساس این تئوری، کاهش سختی در یک نقطه در همه‌ی جهت‌ها یکسان است و براساس پارامتر d تعریف می‌شود. براساس نظریات معمول، مکانیزم‌های خسارت محیط‌های پیوسته‌ی تنش مؤثر به شکل رابطه‌ی ۸ است:

$$\bar{\sigma} = D_0^{el} : (\epsilon - \epsilon^{pl}) \quad (۸)$$

تنش کوشی نیز با رابطه‌ی ۹ با تنش مؤثر و ضریب کاهش رابطه دارد:

$$\sigma = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (۹)$$

برای هر سطح مقطعی از مصالح عامل، $(1 - d)$ نشان‌دهنده‌ی نسبت سطح مؤثر باربری است. در صورت عدم خسارت دیدگی، $d = 0$ ، تنش مؤثر با تنش کوشی برابر خواهد بود. برای راحتی کار، مسائل پلاستیسیته را معمولاً براساس تنش مؤثر فرمول‌سازی می‌کنند. براساس مطالب ذکرشده، تنش مؤثر بر پایه‌ی متغیرهای سخت‌شدگی تعریف می‌شود. خسارت‌دیدگی بتن در کشش و فشار مستقلاً با دو متغیر $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$ و $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$ که به ترتیب کرنش‌های خمیری معادل کششی و فشاری هستند، تعریف می‌شود (رابطه‌ی ۱۰):

$$\tilde{\epsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \tilde{\epsilon}_t^{pl} \\ \tilde{\epsilon}_c^{pl} \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

ترک‌ها و خردشدگی بتن نیز با افزایش متغیرهای سخت‌شدگی پدیدار می‌شوند. این متغیرها سطح تسلیم و کاهش ماتریس سختی را کنترل می‌کنند.

تابع تسلیم $F(\bar{\sigma}, \tilde{\epsilon}^{pl})$ ، یک سطح در فضای تنش مؤثر را معرفی می‌کند، که حالت‌های شکست و یا خسارت را تعیین می‌کند. در ادامه، شکل تابع تسلیم تعریف خواهد شد. از سوی دیگر، جریان خمیری براساس پتانسیل جریان G بر پایه‌ی قانون جریان به شکل رابطه‌ی ۱۱ حاکم خواهد بود:

$$\dot{\epsilon}^{pl} = \lambda \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (۱۱)$$

در این رابطه، λ ضریب نامنفی خمیری است. پتانسیل خمیری نیز در فضای تنش مؤثر تعریف می‌شود. شکل ویژه‌ی پتانسیل جریان برای مدل خسارت بتن در ادامه معرفی خواهد شد. متغیرهای سخت‌شدگی $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$ و $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$ با بارگذاری تک محوری و چند محوری به دست می‌آیند.

فرض می‌شود که منحنی تنش-کرنش تک محوری را بتوان به شکل منحنی‌های تنش-کرنش خمیری به شکل روابط ۱۰ و ۱۱ نوشت:

$$\sigma_c = \sigma_c(\tilde{\epsilon}_c^{pl}, \tilde{\epsilon}_t^{pl}, \theta, f_i)$$

$$\sigma_t = \sigma_t(\tilde{\epsilon}_t^{pl}, \tilde{\epsilon}_c^{pl}, \theta, f_i) \quad (۱۲)$$

در این روابط، $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$ و $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$ به ترتیب نرخ کرنش خمیری معادل کششی و فشاری، $\tilde{\epsilon}_c^{pl} = \int_0^t \tilde{\epsilon}_c^{pl} dt$ و $\tilde{\epsilon}_t^{pl} = \int_0^t \tilde{\epsilon}_t^{pl} dt$ کرنش‌های خمیری معادل و f_i دیگر ضرایب میدان متغیرهاست.

همچنین در اثر شرایط بار تک محوری، نرخ کرنش معادل در کشش و فشار تک محوری به شکل روابط ۱۳ و ۱۴ تعریف می‌شود:

$$\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \dot{\varepsilon}_{11}^{pl} \quad (13)$$

$$\tilde{\varepsilon}_c^{pl} = -\dot{\varepsilon}_{11}^{pl} \quad (14)$$

در ادامه، با فرض مثبت بودن تنش فشاری خواهیم داشت:

$$\sigma_c = -\sigma_{11}$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_c(\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl})$$

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_t(\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (16)$$

در بارگذاری‌های تک محوری، ترک‌ها عمود بر جهت تنش گسترش می‌یابند. این ترک‌ها باعث کاهش سطح مقطع می‌شوند و تنش مؤثر افزایش می‌یابد. این اثر در بارهای فشاری کمتر دیده می‌شود، اما در بارهای فشاری زیاد و به تبع آن خردشدگی باربری مؤثر کاهش می‌یابد.

۴. مدل سازی عددی

با مدل سازی تعدادی پی مخروطی با زوایای متفاوت در نرم افزار ABAQUS به بررسی رفتار آنها پرداخته می‌شود. این نمونه‌ها از نوع بتن مسلح با ضخامت ۱۰ سانتی‌متر و آرماتور کمینه‌ی حرارتی تعریف شده‌اند. بتن مورد استفاده دارای مقاومت مشخصه‌ی ۳۵ مگاپاسکال است. نمونه‌ها به صورت Rxy نام گذاری شده‌اند که x بیانگر شعاع قاعده بر حسب سانتی‌متر و y بیانگر ارتفاع مخروط است. این مدل سازی سه بعدی است و خاک، بتن و آرماتورهای آن کاملاً مدل شده‌اند. بدین ترتیب تعداد ۷ نمونه با شعاع قاعده‌ی ۱۰۰ سانتی‌متر و ارتفاع‌های ۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۶۰، ۸۰ و ۱۰۰ سانتی‌متر مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

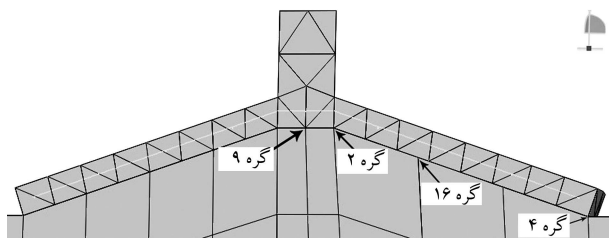
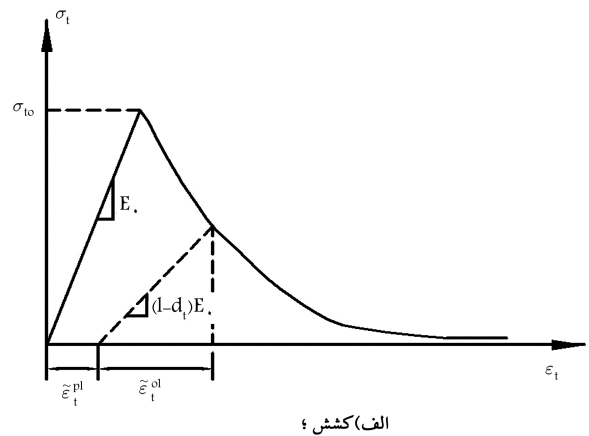
در ادامه، نمودارهای مختلف یک نمونه (R1۰۰h۳۰) از این تحلیل‌ها ارائه می‌شود. (موقعیت بعضی از این نقاط در شکل ۸ نشان داده شده است). شکل ۹، تغییر مکان زیر پی در نقاط مختلف را تا بار نهایی نشان می‌دهد. شکل ۱۰، تغییر مکان زیر پی در عرض پی برای بار نهایی را نشان می‌دهد. شکل‌های ۱۱ الی ۱۴، نمودارهای پیشینه‌ی: تنش فشاری بتن، تنش کششی بتن، تنش موجود در آرماتورها و تنش فشاری خاک را نشان می‌دهند. با دقت در نمودارها مشخص می‌شود که شکست برشی خاک و نه نشست آن و یا خرابی بتن و فولاد، عامل شکست کل

همان‌طور که در شکل ۷ دیده می‌شود، وقتی یک نمونه‌ی بتنی در هر نقطه‌ی از شاخه‌ی نرم‌شدگی نمودار تنش - کرنش بار برداری شود، پاسخ بار برداری به سوی ضعیف شدن پیش می‌رود و ماتریس سختی کسسان کاهش می‌یابد. این کاهش سختی بین آزمایش‌های فشاری و کششی به‌طور چشمگیری متفاوت است. به عبارت دیگر، کرنش خمیری افزایش می‌یابد. کاهش سختی مستقلاً با دو متغیر d_c و d_t تعریف می‌شود که خود تابعی از کرنش خمیری، دما و میدان متغیرهاست (روابط ۱۵):

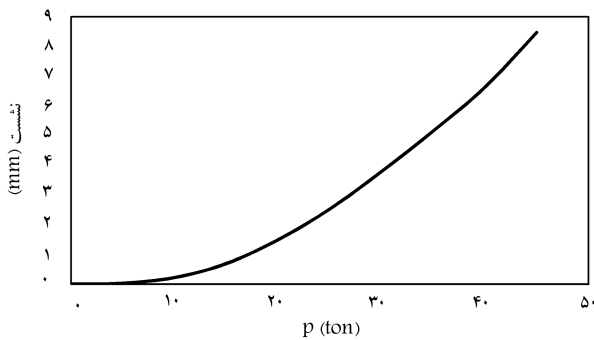
$$d_c = d_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}, \theta, f_i)$$

$$d_t = d_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl}, \theta, f_i) \quad (15)$$

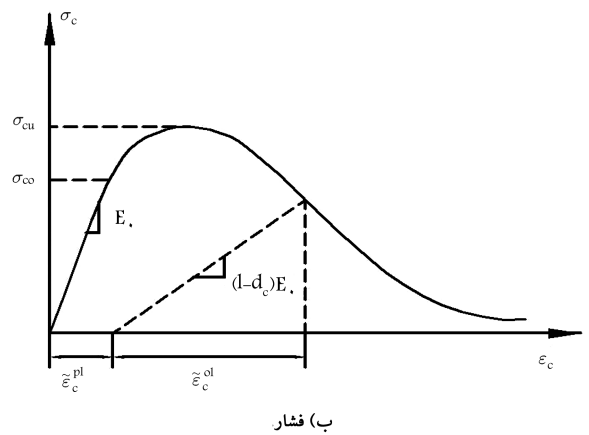
متغیرهای کاهش سختی تک محوری با افزایش کرنش‌های خمیری معادل افزایش می‌یابند. این متغیرها از ۰ در مورد مصالح بدون خسارت تا ۱ برای مصالح کاملاً



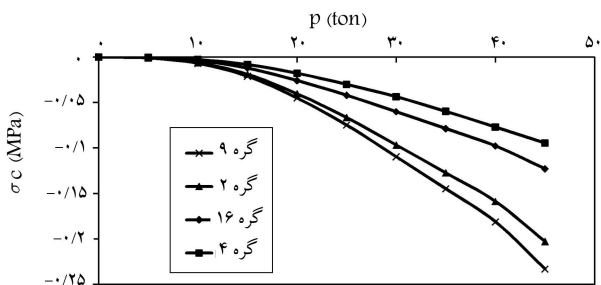
شکل ۸. المان بندی نمونه‌ی R1۰۰h۳۰ در نرم افزار ABAQUS.



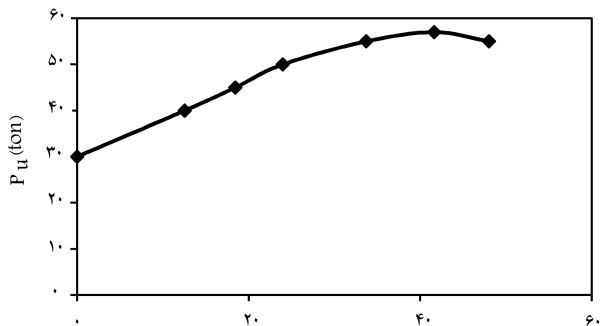
شکل ۹. نمودار بار تغییر مکان زیر پی.



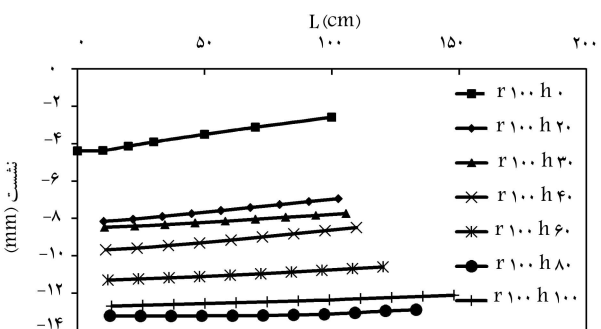
شکل ۷. پاسخ بتن به بارگذاری تک محوری.



شکل ۱۴. نمودار بیشینه‌ی تنش فشاری خاک.



شکل ۱۵. نمودار بار نهایی = زاویه‌ی دیواره‌ی پی با خط افق.



شکل ۱۶. نمودار تغییرمکان زیر پی در نقاط مختلف برای پی‌های مخروطی با زوایای متفاوت.

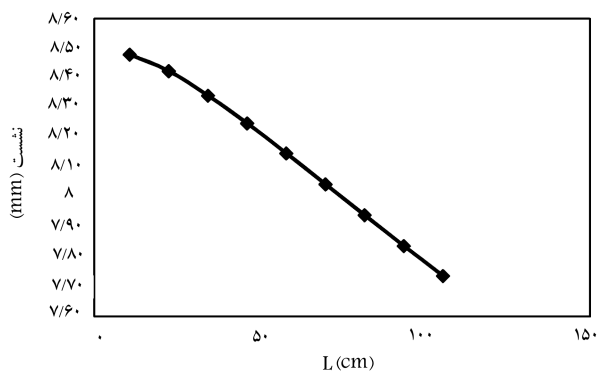
مجموعه است. این در حالی است که کمینه‌های پارامترهای سازه‌ی پی برای این خاک معمولی در نظر گرفته شده است.

در نمودار ۱۵، تغییرات بار نهایی - زاویه‌ی پی مخروطی ارائه شده است. با مطالعه‌ی نمودار درمی‌یابیم که مقاومت خاک که عامل اصلی شکست پی در این نمونه‌ها بوده است. در پی مخروطی به ارتفاع ۸۰ سانتی‌متر (زاویه‌ی دیواره با افق حدود ۴۰ درجه) بیشترین مقدار را دارد. نمودارهای شکل ۱۶، تغییرات نشست پی در نقاط مختلف برای بار نهایی مربوط به پی‌های مخروطی با زوایای متفاوت است.

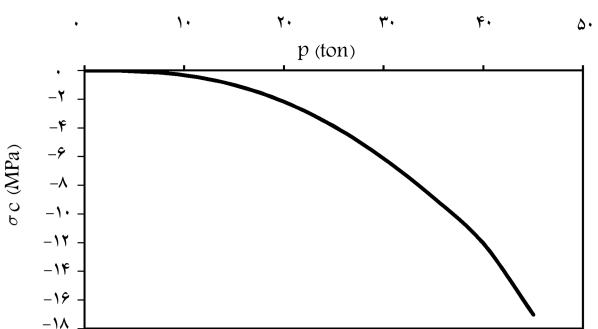
۵. نتیجه‌گیری

با مطالعه‌ی دقیق نمودارها، این نتایج قابل استنتاج است:

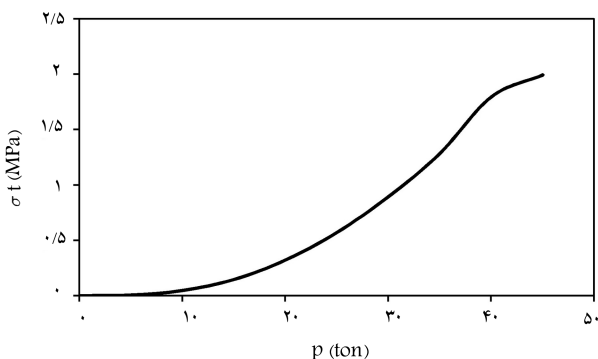
۱. مطابق نمودار ۹، با افزایش بار نرخ افزایش تغییرمکان پی افزایش می‌یابد. این پدیده به دلیل رفتار غیرخطی خاک و بتن است.
۲. با توجه به نمودار ۱۰، تغییرمکان بیشینه، زیر پی مربوط به مرکز پی (زیر بار)



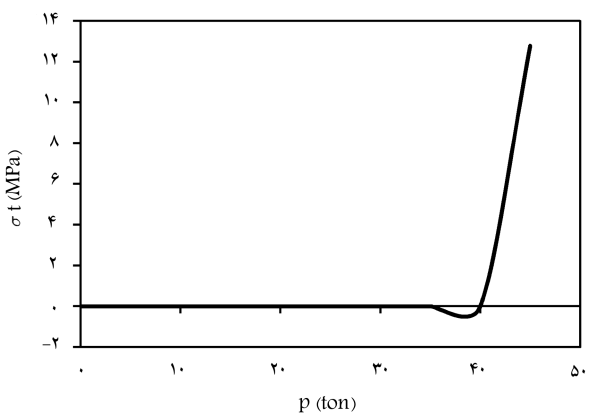
شکل ۱۷. نمودار تغییرمکان زیر پی برای بار نهایی در نقاط مختلف.



شکل ۱۸. نمودار بیشینه‌ی تنش فشاری بتن.



شکل ۱۹. نمودار بیشینه‌ی تنش کششی بتن.



شکل ۲۰. نمودار بیشینه‌ی تنش کششی آرماتورها.

نشان می‌دهد. این زاویه بهینه برای شرایط در نظر گرفته شده در این پژوهش (پی پوسته‌یی مخروطی بتن مسلح قرارگرفته بر روی خاک دانه‌یی) حدود ۴۰ درجه است.

۴. افزایش مقاومت مجموعه برای پی مخروطی نسبت به پی مسطح نظیر حدود ۹۰٪ است، که خود نشان‌دهنده‌ی مناسب بودن استفاده از این گونه پی‌ها در مقایسه با پی‌های مسطح است.

است. هر چه به لبه‌ها نزدیک‌تر شویم، این تغییرمکان کاهش می‌یابد. البته این تفاوت تغییرمکان با توجه به سختی زیاد پی محسوس نیست. این اختلاف نشست برای این نوع خاک و پی مخروطی حدود ۹٪ به دست آمده است.

۳. با افزایش زاویه پی پوسته‌یی، مقاومت مجموعه، افزایش می‌یابد. این روند تا زاویه‌یی بهینه ادامه خواهد داشت که در این زاویه بیشترین مقاومت را از خود

منابع (References)

- Nainan, P., Kurian, *Shell Foundations Geometry, Analysis, Design and Construction*, Alfa Science International Ltd, India (2006).
- Kurian, N.P. and Jeyachandran, S.R. "Model studies on the behavior of sand under two and three dimensional shell foundations", *Indian Geotech. J.*, **2**(1), pp. 79-90 (1972).
- Abdol-Rahman, M.M. and Hanna, A.M. "Vertical displacement induced in soil by conical shell foundations", *Proc. Vertical and Horizontal Deformations of Foundations and Embankments, Settlement 94.*, ASCE, University of Texas at A & M, Geotechnical Special Publication, **40**(2), pp. 635-652 (1994).
- Kurian, N.P. "Behaviour of shell foundations under subsidence of core soil", *Proc. 13th Int. Conf. Soil Mechanics and Foundation Engrg.*, New Delhi, India, **2**, pp. 591-594 (1994).
- Kurian, N.P. and Jayakrishna, V.M. "Analytical studies on the geotechnical performance of shell foundations", *Canadian Geo. J.*, **42**(2), pp. 562-573 (2005).
- Bujang, B.K. Huat and Thamer, A.M. "Finite element study using FE code (Plaxis) on the geotechnical behavior of shell footings", *J. of Computer Science*, **2**(1), pp. 104-108 (2006).
- Esmaili, D. and Hataf, N. "Experimental and numerical investigation of ultimate load capacity of shell foundations on reinforced and unreinforced sand", *Iranian J. of Science & Technology. Transaction B. Engineering*, **32**(B5), pp. 491-500 (2008).
- Yamamoto, K., Lyamin, A.V., Abbo, A.J., Sloan, S.W. and Hira, M. "Bearing capacity and failure mechanism of different types of foundations and sand", *Soil and Foundations*, **49**(2), pp. 305-314 (2009).
- Kurian, N.P. and Shah, S.H. "Economy of conical and inverted dome shell foundations", *J. Institution of Engineers*, **64**, pp. 281-286 (1984).
- Civalek, O. "Geometrically nonlinear dynamic analysis of doubly curved isotropic shells resting on elastic foundation by a combination of harmonic differential quadrature-finite difference method", *Int. J. of Pressure Vessels and Piping*, **82**, pp. 470-479 (2005).
- Gunawan, H., Mikami, T., Kanie, S. and Sato, M. "Free vibration characteristics of cylindrical shells partially buried in elastic foundations", *Journal of Sound and Vibration*, **290**(3-5), pp. 785-793 (2006).
- Yuan, H. and Li, S. "Green quasifunction method for free vibration of simply-supported trapezoidal shallow spherical shell on winkler foundation", *Acta Mechanica Solida Sinica*, **23**(4), pp.370-376 (2010).
- Lublinter, J., Oliver, J., Oller, S. and Oñate, E. "A plastic-damage model for concrete", *International Journal of Solids and Structures*, **25**(3), pp. 299-329 (1989).
- Lee, J. and Fenves, G.L. "Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures", *Journal of Engineering Mechanics*, **124**(8), pp. 892-900 (1998).