

شبیه‌سازی حرکات شناور به روش حجم محدود

روژه پناهی (کوشناس ارشد)

یژه‌شناسی حمل و نقل، وزارت راه

ابراهیم جهانپخش (کوشناس ارشد)

محمدسعید سیف (دانشیار)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

مجله علمی و پژوهشی شریف
شماره چهارم، دوم، ص. ۲۲-۲۳

در این نوشتار با استفاده از رویکرد حجم محدود و چیدمان هم‌مکان به حل معادلات اساسی حاکم بر جریان یک سیال مؤثر پرداخته شده و توزیع سرعت و فشار به روش گام جزئی^۱ در یک شبکه‌ی با ساختار ساده محاسبه شده است. خصوصیات فیزیکی این سیال مؤثر، با حل معادله‌ی انتقال نسبت حجمی دوفاز به دست می‌آید. در ادامه و با حل معادلات حرکت جسم صلب، جابه‌جایی‌های شناور محاسبه می‌شوند. با استفاده از راهکار شبکه‌ی متصل به جسم، جابه‌جایی‌های به دست آمده در هر گام زمانی بر روی شبکه‌ی محاسباتی نیز اعمال شده و بدین ترتیب حرکات شناور در طول زمان ثبت می‌شوند. انتخاب مناسب طرح‌های گسسته‌سازی، به خصوص در مورد انتگرال فشار - با توجه به اختلاف زیاد جرم حجمی آب و هوا - از اهمیت بالایی برخوردار است. در تحقیق حاضر روش میانبایی جدیدی به منظور تقریب فشار روی سطح ساول ارائه شده است. براساس این الگوریتم یک نرم‌افزار تهیه و برخورد مقطع دایره‌ی شکل به سطح آب با در نظر گرفتن تغییرات سرعت ناشی از برخورد شبیه‌سازی شده است. در ادامه، مقاومت هیدرودینامیکی شناور بارچ در هنگام پیشروی در آب آرام در دو حالت مقید و دو درجه آزادی حرکت پیش‌بینی شده است. ارزیابی نتایج بیانگر دقت و اعتبار الگوریتم ارائه شده و امکان استفاده از آن در بررسی مجموع حرکات غیرخطی شناورها به خصوص در مراحل اولیه طراحی است.

roozbeh_panaehi@yahoo.com
brahim.jahan@yahoo.com
seif@sharif.edu

واژگان کلیدی: روش حجم محدود، سطح آزاد، شبکه‌ی متصل به جسم، هیدرودینامیک عددی.

مقدمه

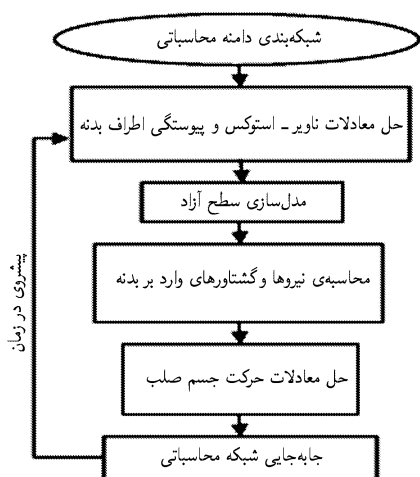
اصلاح^۲ (مانند SIMPLE^۱ و PISO^۱) و رویکرد گام جزئی^۳ تقسیم کرد. در تحقیق حاضر، از رویکرد گام جزئی استفاده شده است که با یک بار حل معادله‌ی فشار در هر گام زمانی، شرط پیوستگی را ارضا کرده و بر این اساس انتخاب مناسبی برای مسائل گذرا محسوب می‌شود.^۴

زیرمسئله‌ی مهم دیگر مدل‌سازی سطح آزاد است و روش‌های اصلی آن عبارت‌اند از: روش‌های سطحی (تعقیب سطح آزاد^۳) و روش‌های حجمی (تسخیر سطح آزاد^۴).

در تحقیق حاضر به منظور شبیه‌سازی تغییر شکل‌های پیچیده در سطح مشترک دو سیال - مثل شکست امواج - از روش حجمی مدل‌سازی سطح آزاد استفاده شده است. در این حالت یک معادله‌ی انتقال برای محاسبه‌ی نسبت حجمی دوفاز سیال (برای مثال آب و هوا) در هر گام زمانی حل می‌شود. گسسته‌سازی مناسب این معادله از اهمیت بالایی برخوردار بوده و تحقیقات قابل توجهی در این راستا انجام پذیرفته است. تحقیق حاضر از میانبایی^۵ CICSAM، که یک میانبایی ترکیبی مرتبه بالا بوده و در مقایسه با دیگر میانبایی‌ها خطای کم‌تری دارد، استفاده می‌کند.^{۶،۷}

بررسی حرکات هیدرودینامیکی در مراحل اولیه‌ی طراحی در بسیاری از مسائل صنعتی مثل بررسی رفتار شناورها، سکوها، نیمه مغروق و زیردریایی‌ها، کاربرد دارد. در این حالت، جریان اطراف جسم ماهیت گذرای دوفازی غیرقابل تراکم دارد و حل تحلیلی معادلات پیچیده‌ی حاکم بر آن ممکن نیست. اگرچه انجام آزمایش مطمئن‌ترین راه به منظور چنین شبیه‌سازی‌هایی است، اما هزینه‌ی بالا و محدودیت در جزئیات اطلاعات حاصل از آن مسیر تحقیقات را به سوی استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی پیش می‌برد.

با توجه به پیچیدگی‌های فراوان شبیه‌سازی حرکات، می‌توان آن را به سه بخش اصلی تقسیم کرد: حل معادلات اساسی حاکم بر جریان سیال (معادلات ناویر-استوکس و پیوستگی)، مدل‌سازی سطح آزاد، و حل معادلات حرکت جسم صلب. روش‌های مختلفی برای حل همزمان و غیرهمزمان معادلات ناویر-استوکس و پیوستگی وجود دارد. چون هزینه‌ی محاسباتی روش‌های حل همزمان بسیار بالاست، حل غیرهمزمان معادلات مذکور بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. رویکردهای مختلفی در این زمینه وجود دارد که می‌توان آنها را به دو دسته‌ی اصلی: رویکرد تخمین -



شکل ۱. الگوریتم عددی شبیه‌سازی حرکات هیدرودینامیکی.

معادلات اساسی حاکم

چنان‌که بیان شده برای بالابردن توانایی شبیه‌سازی سطح آزاد در تحقیق حاضر از رویکرد حجمی با حل معادله‌ی انتقال نسبت حجمی استفاده شده است. با محاسبه‌ی توزیع دوفاز سیال در دامنه‌ی محاسباتی می‌توان فرض کرد که یک «سیال مؤثر» در کل دامنه‌ی محاسباتی وجود دارد. بدین ترتیب، معادلات ناور- استوکس و پیوستگی (معادلات ۱ و ۲) برای سیال مؤثری با لزجت و جرم حجمی متغیر حل می‌شود:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\nu}{\rho_{eff}} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu_{eff} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + g_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

که در آنها u_i مؤلفه‌ی سرعت، P فشار، و g_i مؤلفه‌ی نیروی ثقل هستند. خصوصیات فیزیکی سیال مؤثر در هر سلول محاسباتی با استفاده از رابطه‌ی ۳ به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \rho_{eff} &= \alpha \rho_1 + (1 - \alpha) \rho_2 \\ \nu_{eff} &= \alpha \nu_1 + (1 - \alpha) \nu_2 \end{aligned} \quad (3)$$

در این رابطه زیرنویس‌های ۱ و ۲ بیانگر دو فاز سیال (آب و هوا) هستند. α نسبت حجمی و به عبارت دیگر، درصد حضور دو سیال درون هر سلول محاسباتی است که توزیع آن در دامنه‌ی محاسباتی به صورت رابطه‌ی ۴ خواهد بود:

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{سیال اول} \\ 0 & \text{سیال دوم} \\ 0 < \alpha < 1 & \text{منطقه گذر بین دو سیال} \end{cases} \quad (4)$$

همان‌طور که از تعریف α برمی‌آید می‌توان آن را یک کمیت لاگرانژی برای سیال در نظر گرفت (مقدار α برای هر سیال مشخص است). بدین ترتیب و با استفاده از تعریف جرم حجمی سیال مؤثر (رابطه‌ی ۳) در رابطه‌ی پیوستگی، معادله‌ی انتقال نسبت حجمی به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \vec{u}) = 0 \quad (5)$$

این میانمایی با توجه به وضعیت جریان، دو میانمایی ساده را ترکیب کرده و از خواص مثبت آنها برای مدل‌سازی یک فصل مشترک واضح^۶ - که در آن، تغییر بین دو فاز سیال در یک سلول محاسباتی حاصل می‌شود - همراه با تغییر شکل واقعی استفاده می‌کند.

با حل دو زیرمسئله‌ی بیان‌شده امکان شبیه‌سازی جریان همراه با سطح آزاد به وجود می‌آید. تحقیقات بسیاری در این زمینه، به‌خصوص با استفاده از روش‌های حجمی مدل‌سازی سطح آزاد انجام شده است که از آن جمله می‌توان به شبیه‌سازی شکست امواج^[۹۸]، خیس شدن عرشه‌ی شناور^[۹۹]، جابه‌جایی آب درون مخزن^[۱۰۱] و اثر متقابل سیال و سازه‌های دریایی^[۱۰۲] اشاره کرد.

نتیجه‌ی دو زیرمسئله‌ی یادشده در شبیه‌سازی حرکات هیدرودینامیکی، به دست آوردن توزیع سرعت و فشار است. با انتگرال‌گیری از تنش‌های قائم (فشاری) و مماسی (لزجی) بر روی بدنه‌ی جسم، نیروها و گشتاورهای وارد بر آن محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب، با حل معادلات انداز، حرکت خطی و زاویه‌ی جسم صلب، محاسبه‌ی جابه‌جایی‌های خطی و زاویه‌ی شناور ممکن می‌شود. ذکر این نکته نیز لازم است که برای شبیه‌سازی حرکات شناور از روش‌های مبتنی بر نظریه‌ی جریان پتانسیل نیز می‌توان استفاده کرد.^[۱۰۱] اگرچه این روش‌ها در مقایسه با روش‌های مبتنی بر شبیه‌سازی جریان واقعی، در زمانی بسیار کوتاه جواب‌های قابل قبولی ارائه می‌دهند، کاربرد آنها در مسائلی که لزجت اهمیت بالایی دارد یا شکست موج نقش مهمی ایفا می‌کند با خطای بالایی همراه است. از طرف دیگر شبیه‌سازی حرکات شناور براساس شبیه‌سازی جریان واقعی از پیچیدگی‌های بالایی برخوردار است و فقط در سال‌های اخیر تحقیقات بسیاری در این زمینه انجام شده است. این کارها از شبیه‌سازی‌های ساده و با درجات آزادی محدود^[۱۰۳-۱۰۵]، تا شبیه‌سازی شش درجه آزادی حرکت با برخی محدودیت‌ها^[۱۰۶-۱۰۹] پیش رفته است.

در تحقیق حاضر، ترکیب جذبی متشکل از زیرمسئله‌های یادشده برای مدل‌سازی شش درجه آزادی حرکات اجسام شناور و غوطه‌ور ارائه شده است. این کار با بیان معادلات اساسی حاکم، گسسته‌سازی معادلات، و ارائه‌ی یک درونمایی جدید برای انتگرال فشار در زمانی که نسبت جرم حجمی دو فاز سیال زیاد است، انتخاب دستگاه مختصات، راهکار شبیه‌سازی حرکات و اثر آن در معادلات حاکم انجام شده است. در انتها به کمک نرم‌افزار تهیه‌شده برخورد مقطع دایره‌ی با سطح آب شبیه‌سازی و نیز مقاومت هیدرودینامیکی شناور بارج پیش‌بینی شده است. مقایسه‌ی نتایج عددی و تجربی بیانگر صحت و توانایی روش عددی ارائه شده در شبیه‌سازی مجموع حرکات غیرخطی شناور است.

الگوریتم عددی

برای شبیه‌سازی حرکات هیدرودینامیکی رویکردهای مختلفی در شبکه‌بندی و استفاده از دستگاه‌های مختصات وجود دارد.^[۱۰۳] در تحقیق حاضر از یک شبکه با ساختار ساده^۷ استفاده شده که به جسم صلب متصل است. بدین ترتیب، با حل معادلات حرکت در هر گام زمانی، شبکه‌ی متصل به آن نیز جابه‌جا شده و معادلات حاکم بر جریان در گام زمانی بعد، بر روی دامنه‌ی محاسباتی جدید حل می‌شوند. به علاوه، تمامی معادلات در دستگاه مرجع نیوتنی نوشته می‌شوند که این کار شکل معادلات حاکم بر جریان را ساده‌تر می‌کند. البته با توجه به حرکت حجم کنترل‌ها ملاحظاتی در نوشتن معادلات حاکم بر جریان انجام می‌شود که در ادامه به آنها اشاره خواهد شد. شکل ۱ بیانگر ارتباط زیرمسئله‌های مختلف شبیه‌سازی عددی حرکات هیدرودینامیکی است.

کنترل، و \bar{U} سرعت سیال است. در چیدمان هم‌مکان^۸ که در تحقیق حاضر مورد استفاده قرار گرفته است، برای جلوگیری از اثر شرط‌نچی فشار^۹ سرعت سیال روی سطح در این رابطه به صورت جداگانه محاسبه می‌شود. نحوه انجام این کار در بخش الگوریتم حل میدان سرعت و فشار بیان شده است. جمله نفوذ^{۱۰} (عبارت اول سمت راست معادله ۸) که به صورت رابطه ۱۰ در می‌آید، با استفاده از میانبایی over-relaxed^{۱۱} گسسته می‌شود:

$$\int_A v_{eff} \bar{\nabla} u_i \cdot \bar{n} dA = \sum_{faces} v_{f-eff} \bar{A}_f \cdot (\bar{\nabla} u_i)_f \quad (10)$$

در این رابطه \bar{A}_f بردار مساحت سطح حجم کنترل به سمت خارج آن است. گسسته‌سازی جمله یاب‌جایی^{۱۱} (عبارت دوم سمت چپ معادله ۸) مطابق رابطه ۱۱، نیازمند میانبایی مؤلفه‌ی سرعت روی سطح u_{i-f} است. این کمیت به کمک میانبایی گاما^{۱۲} که یک طرح محدود^{۱۳} است، محاسبه می‌شود؛^{۱۳}

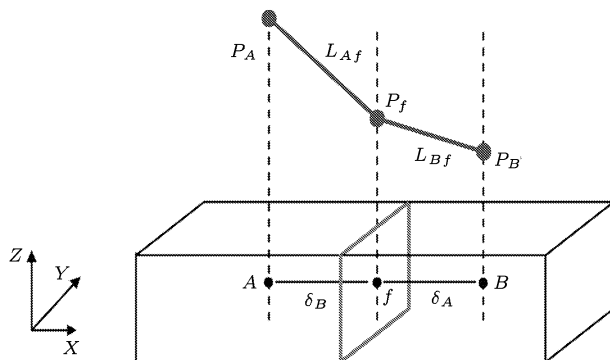
$$\int_A u_i (\bar{c} \cdot \bar{n}) dA = \sum_{faces} u_{i-f} F_{f-rel} \quad (11)$$

که در آن $F_{f-rel} = (\bar{U}_f - \bar{v}_{f-mesh}) \cdot \bar{A}_f$ شار حجمی روی سطح است و اثر حرکت شبکه‌ی محاسباتی در آن دیده می‌شود. برای گسسته‌سازی زمانی جملات نفوذ و یاب‌جایی نیز از طرح کرنک - نیکلسون^{۱۴} استفاده شده است. انتگرال فشار (عبارت دوم سمت راست معادله ۸) نیز به صورت رابطه ۱۲ گسسته‌سازی می‌شود:

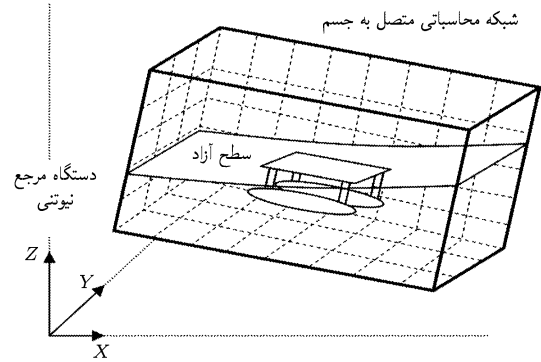
$$\int_A P \bar{n} dA = \sum_{faces} P_f \bar{A}_f \quad (12)$$

هنگامی که دو فاز سیال با اختلاف جرم حجمی زیاد (آب و هوا) در دامنه‌ی محاسباتی وجود داشته باشند، گسسته‌سازی انتگرال فشار از اهمیت بالایی برخوردار است. به بیان دیگر استفاده از میانبایی خطی برای تقریب فشار روی سطح P_f در رابطه ۱۲ با خطای زیادی مواجه است و جواب‌هایی نوسانی در میدان سرعت ایجاد خواهد کرد. برای رفع این مشکل در تحقیق حاضر، میانبایی جدید خط شکسته مطابق شکل ۳ مورد استفاده قرار گرفته است. L_{Af} و L_{Bf} خطوطی هستند که از مقادیر فشار مرکز سلول‌های مجاور سطح (P_A و P_B) به فشار روی سطح سلول متصل می‌شوند، در حالی که رابطه ۱۳ بین شیب این خطوط (m_{BF} و m_{AF}) و جرم حجمی سلول‌های مجاور سطح f (ρ_B و ρ_A) وجود داشته باشد:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{d_A}{d_B} \quad (13)$$



شکل ۳. تقریب فشار روی سطح با درون‌یابی خط شکسته.



شکل ۲. راهکار شبیه‌سازی حرکات هیدرودینامیکی.

توزیع سرعت و فشار اطراف بدنه که نتیجه‌ی حل معادلات ۱، ۲ و ۵ است، باعث یاب‌جایی آن می‌شود. محاسبه‌ی این حرکات با حل معادلات اندازه حرکت خطی و زاویه‌ی امکان‌پذیر است که برای شش درجه آزادی حرکت عبارت‌اند از:

$$\sum \bar{F} = m \bar{a} \quad (6)$$

$$\sum \bar{M}_G = I_G \bar{\alpha} + \bar{\omega} \cdot I_G \bar{\omega} \quad (7)$$

که در آنها \bar{F} بردار نیروهای وارد بر شناور، m جرم شناور، \bar{a} بردار شتاب خطی، \bar{M}_G بردار گشتاور حول مرکز جرم شناور، I_G تانسور ممان اینرسی، $\bar{\alpha}$ بردار شتاب زاویه‌ی، و $\bar{\omega}$ بردار سرعت زاویه‌ی هستند. لازم به ذکر است که تمامی بردارها در دستگاه مرجع نیوتنی بیان می‌شوند (شکل ۲).

نتیجه‌ی حل معادلات ۶ و ۷ ماتریس انتقالی خواهد بود که شبکه‌ی متصل به جسم را با توجه به حرکات خطی و زاویه‌ی بدنه جابه‌جا می‌کند. شکل ۲ بیانگر راهکار شبیه‌سازی حرکات هیدرودینامیکی و یاب‌جایی شبکه‌ی محاسباتی در طول زمان است.

گسسته‌سازی معادلات

استفاده از رویکرد حجم محدود با انتگرال‌گیری از معادلات حاکم بر روی حجم کنترل آغاز می‌شود. با توجه به این که در تحقیق حاضر شبکه‌ی محاسباتی متصل به جسم بوده و با آن حرکت می‌کند و نیز معادلات در دستگاه مرجع نیوتنی نوشته می‌شوند، از معادلات ناویر-استوکس مطابق رابطه ۸ استفاده می‌شود؛^{۱۳}

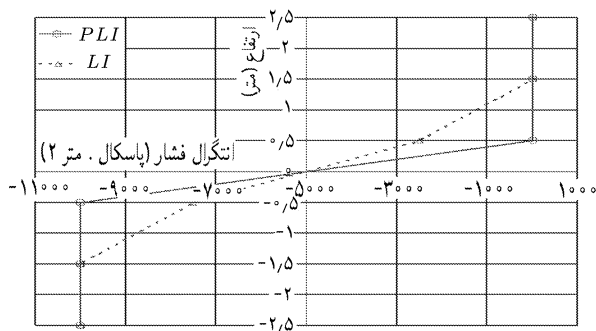
$$\frac{d}{dt} \int_V u_i dV + \int_A u_i (\bar{c} \cdot \bar{n}) dA =$$

$$\int_A v_{eff} \bar{\nabla} \bar{u} \cdot \bar{n} dA - \frac{1}{\rho_{eff}} \int_A P n_i dA + \int_V \bar{g}_i dV \quad (8)$$

که در آن V حجم کنترل، A مساحت سطوح حجم کنترل و \bar{n} بردار عمود بر سطح حجم کنترل به طرف خارج هستند و به علاوه:

$$\bar{c} = \bar{U} - \bar{v}_{mesh} \quad (9)$$

این رابطه بیانگر اثر استفاده از راهکار شبکه‌ی محاسباتی متصل به جسم در معادلات حاکم است. در این رابطه \bar{v}_{mesh} سرعت شبکه‌ی محاسباتی روی سطح حجم



شکل ۶. انتگرال فشار سلول‌های مجاور سطح.

که در آن اثر جابه‌جایی شبکه‌ی محاسباتی در \bar{c} ظاهر شده است که مطابق رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود. جمله اول رابطه‌ی ۱۶ به‌سادگی گنسته شده و جمله‌ی دوم نیز با استفاده از قضیه‌ی دیورژنس^{۱۵} و گنسته‌سازی زمانی کرنک - نیکلسون بازتوسیه می‌شود:

$$\frac{(\alpha^{\ell+\delta\ell} - \alpha^\ell)V}{\delta\ell} + \frac{1}{V} \left(\sum_{f=1}^n \alpha_f^{\ell+\delta\ell} F_{f-rel}^{\ell+\delta\ell} + \sum_{f=1}^n \alpha_f^\ell F_{f-rel}^\ell \right) = 0 \quad (17)$$

با در نظر گرفتن گام زمانی کوچک، تغییرات شار حجمی روی سطح زیاد نبوده و می‌توان از مقدار گام زمانی جدید آن استفاده کرد. بدین ترتیب، رابطه‌ی ۱۷ به‌صورت روابط ۱۸ و ۱۹ در می‌آید:

$$\alpha^{\ell+\delta\ell} \frac{V}{\delta\ell} + \sum_{f=1}^n \frac{1}{V} \alpha_f^{\ell+\delta\ell} F_{f-rel} = S_{\alpha P} \quad (18)$$

$$S_{\alpha P} = \alpha^\ell \frac{V}{\delta\ell} - \sum_{f=1}^n \frac{1}{V} \alpha_f^\ell F_{f-rel} \quad (19)$$

چنان‌که مشاهده می‌شود مقدار نسبت حجمی روی سطح α_f در رابطه‌ی ۱۸ ظاهر می‌شود. تقریب این کمیت براساس مقادیر مرکز سلول‌ها توجهی خاص را می‌طلبد. به‌بیان دیگر، استفاده از میانبایی‌های ساده باعث به وجود آمدن مقادیر غیرفیزیکی نسبت حجمی (بیشتر از یک و کمتر از صفر) و تغییر شکل غیرواقعی سطح آزاد می‌شوند. بر این اساس از روش‌های ترکیبی مرتبه‌بالا استفاده می‌شود که یکی از مناسب‌ترین آنها میانبایی CICSAM است. این طرح با جابه‌جایی بین دو میانبایی CBC^{۱۶} و UQ^{۱۷} ترکیبی از آن دو را با توجه به جهت جریان و موقعیت سطح آزاد برای محاسبه‌ی α_f ارائه می‌دهد.^[۳۶]

الگوریتم حل میدان سرعت و فشار

در تحقیق حاضر برای حل میدان سرعت و فشار از رویکرد گام جزئی کیم^{۱۸} استفاده شده است.^[۳۷] بر این اساس، در اولین گام سرعت میانی اولیه (\hat{u}_i) محاسبه می‌شود:

$$\frac{\hat{u}_i - u_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{V} [H(u_i^n) + H(\hat{u}_i)] - \frac{1}{\rho} G_i(P^n) + K_i \quad (20)$$

لازم به ذکر است که تفاوت رابطه‌ی ۲۰ با معادلات ناور-اسکوس در استفاده از شیب فشار گام زمانی قبل $G_i(P^n)$ به‌جای شیب فشار زمان جاری $G_i(P^{n+1})$

بدین ترتیب مقدار فشار روی سطح سلول براساس فشار سلول‌های مجاور به‌صورت رابطه‌ی ۱۴ تقریب زده می‌شود:

$$P_f = P_A K + P_B (1 - \kappa) \quad (14)$$

در رابطه‌ی ۱۴، κ ضریب وزن است و طبق رابطه‌ی ۱۵ محاسبه می‌شود:

$$\kappa = \frac{\rho_B \delta_B}{\rho_A \delta_A + \rho_B \delta_B} \quad (15)$$

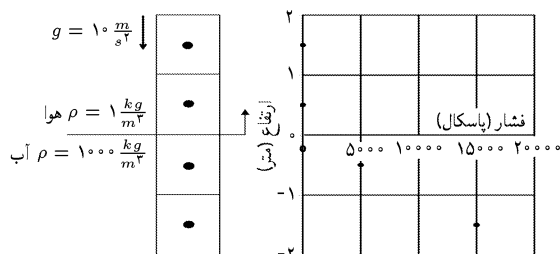
که در آن δ_A و δ_B فاصله‌ی مرکز سطح (f) از مرکز سلول‌های همسایه (A و B) است.

به‌منظور درک بهتر تأثیر درونیابی خط شکسته، مثال ساده‌ی برای محاسبه‌ی فشار هیدروستاتیکی در حالت یک‌بعدی در نظر گرفته شده است. شکل ۴ نمای از هندسه‌ی مسئله‌ی یک‌بعدی را نمایش می‌دهد.

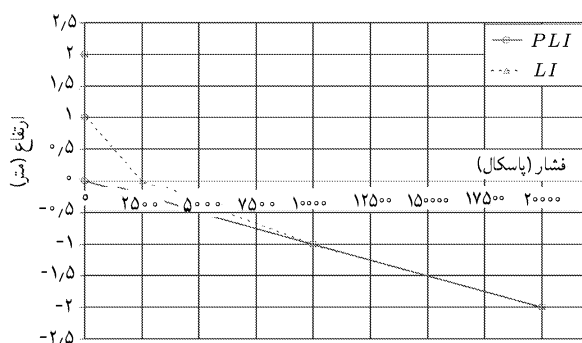
نمودار شکل ۵ میزان فشار بیش‌بینی شده‌ی مرکز سطح سلول‌های مجاور سطح آزاد را با استفاده از دوروش درونیابی خط شکسته و درونیابی خطی نمایش می‌دهد. چنان‌که مشاهده می‌شود، مقدار فشار روی سطحی که فصل مشترک آب و هوا از آن عبور می‌کند (سطح f) با استفاده از میانبایی خطی با خط محاسبه شده است. شکل ۶ نیز انتگرال فشار را برای مراکز سلول نشان می‌دهد. خطی یادشده در محاسبه‌ی انتگرال فشار برای دو سلول مجاور سطح A و B خود را بیشتر نمایان می‌سازد. اگرچه باز هم به نظر می‌رسد که این اختلاف قابل چشم‌پوشی است، اما باید به این نکته توجه داشت که انتگرال فشار با توجه به رابطه‌ی ۸ بر چگالی سیال تقسیم شده و بدین ترتیب مقدار اختلاف موجود در سیال سبک نسبت به سیال سنگین افزایش خواهد یافت.

با انتگرال‌گیری از معادله‌ی ۵ بر روی حجم کنترل و زمان، رابطه‌ی ۱۶ برای انتقال نسبت حجمی با توجه به استفاده از شبکه‌ی متصل به جسم به دست می‌آید:

$$\int_{\ell}^{\ell+\delta\ell} \left(\int_V \frac{\partial \alpha}{\partial t} dV \right) dt + \int_{\ell}^{\ell+\delta\ell} \left(\int_V \nabla \cdot (\alpha \bar{c}) dV \right) dt = 0 \quad (16)$$



شکل ۴. نمای از هندسه‌ی مسئله‌ی یک‌بعدی توزیع فشار هیدروستاتیکی.



شکل ۵. فشار مراکز سلول و مراکز سطح.

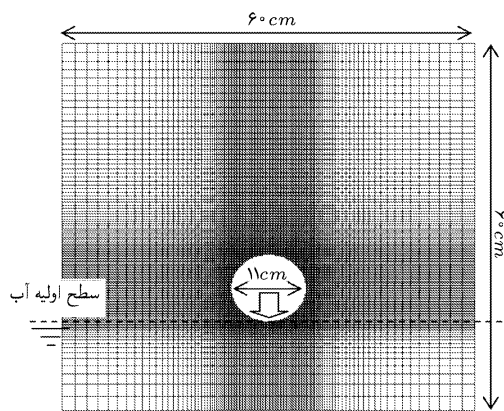
که در آنها \vec{F}_{flow} بردار نیروهای وارد بر بدنه از طرف سیال در دستگاه مرجع نیوتنی، و \vec{M}_{G-flow} بردار گشتاورهای وارد بر بدنه حول مرکز جرم از طرف سیال هستند. به علاوه \vec{F}_{ent} و \vec{M}_{G-ent} می‌توانند بیانگر نیروهای خارجی مثل سکان، پروانه و ... در دستگاه مرجع نیوتنی باشند. در رابطه ۲۸، $W = m\vec{g}$ نیروی وزن بدنه است و با توجه به نوشتن نیروها در دستگاه مرجع نیوتنی، فقط در جهت محور z مقدار خواهد داشت. همچنین در رابطه ۲۹، $\vec{\tau}_j$ بردار مکان مرکز سطوح سلول‌های تشکیل‌دهنده بدنه‌ی جسم و \vec{r}_G بردار مکان مرکز جسم هستند. با حل معادلات ۶ و ۷ در انتهای هر گام زمانی، با توجه به نیروها و گشتاورهای محاسبه شده از روابط ۲۸ و ۲۹، تغییر مکان جسم به دست آمده و با توجه به راهکار مورد استفاده در شبیه‌سازی حرکات، شبکه‌ی متصل به آن نیز جابه‌جا خواهد شد. بدین ترتیب، دامنه‌ی محاسباتی برای گام زمانی جدید آماده شده و حرکات شناور در طول زمان ثبت می‌شوند.

نتایج و بحث

به منظور بررسی الگوریتم عددی ارائه شده، نرم‌افزاری تهیه شده است. بدین ترتیب دو مسئله‌ی برخورد مقطع دایره‌یی با سطح آب و مقاومت هیدرودینامیکی شناور بارچ شبیه‌سازی شده و اعتبار و دقت نتایج حاصل ارزیابی شده‌اند.

برخورد مقطع دایره‌یی با سطح آب

ورزد جسم دایره‌یی به درون آب مسئله‌ی یک درجه آزادی بوده و تنها با حرکت خطی در جهت قائم همراه است. هندسه‌ی مسئله‌ی مورد بررسی و شبکه‌ی محاسباتی شامل 18900 سلول در شکل ۷ نشان داده شده است. دایره با جرم حجمی برابر با آب درست در بالای سطح آزاد قرار گرفته و با سرعت $4 \frac{m}{s}$ با آن برخورد می‌کند. در این محاسبات، شرایط مرزی به کار رفته برای سرعت‌ها عبارت‌اند از: شرط عدم لغزش برای سطح استوانه، شرط سرعت صفر برای مرز پایین، و شرط شیب صفر برای سایر سطوح. همچنین شیب عمود بر سطح صفر برای فشار در تمامی سطوح مرزی اعمال شده است. شکل ۸ بیانگر تغییر شکل سطح آزاد در سه مقطع زمانی پس از برخورد است که با نتایج تجربی^[۲۹] مقایسه شده است. شکل ۹ جابه‌جایی مقطع دایره‌یی درون آب را نمایش داده و بیانگر تغییر سرعت آن پس از برخورد



شکل ۷. شبکه‌بندی و هندسه‌ی مسئله‌ی برخورد مقطع دایره‌یی با سطح آب.

است. تعریف جمله‌های مورد استفاده در رابطه ۲۰ عبارت‌اند از:

$$H(u) = \int_A \nu_{eff} \nabla \bar{u}_i \cdot \bar{n} dA - \int_A u_i \bar{c} \cdot \bar{n} dA \quad (21)$$

$$G_i(P) = \int_A P n_i dA \quad (22)$$

$$K_i = \int_v g_i dV \quad (23)$$

در مرحله‌ی بعد سرعت میان‌ی جدید (u_i^*) محاسبه می‌شود:

$$u_i^* = \hat{u}_i + \frac{\Delta t}{\rho} G_i(P^n) \quad (24)$$

برای ارضاء شرط پیوستگی معادله‌ی پواسن برای فشار P^{n+1} بر مبنای سرعت‌های میان‌ی u_i^* به صورت رابطه ۲۵ حل می‌شود:

$$\oint_A \frac{1}{\rho_{eff}} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial n} dA = \frac{1}{\Delta t} \oint_A u_i^* dA \quad (25)$$

لازم به ذکر است که برای محاسبه‌ی جمله‌ی سمت راست رابطه ۲۵ در سلول‌های مرزی، باید شرایط مرزی را به دقت در نظر گرفت. جزئیات بیشتر مربوط به شرایط مرزی معادلات و نحوه‌ی اعمال آنها قابل دسترس است.^[۳۱]

نکته‌ی دیگر استفاده از میان‌بندی‌های معمول برای تقریب سرعت مطلق سیال روی سطح سلول در چیدمان هم‌مکانی است که در آن تمامی متغیرهای اصلی جریان در مرکز سلول محاسبه و نگه‌داری می‌شوند. این کار به ایجاد نوسانات غیرفیزیکی در میدان فشار می‌انجامد که برای جلوگیری از آن میان‌بندی متفاوتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. بر این اساس، مطابق پیشنهاد ژنگ^[۳۲] مقدار سرعت مطلق روی سطح با وارد کردن اثر شیب فشار طبق رابطه ۲۶ محاسبه می‌شود:^[۳۳]

$$\bar{u}_f^{n+1} = LI(u_i^{n+1}) + \left(\frac{\Delta t}{\rho_{eff}} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial n} \right) \bar{n} \quad (26)$$

که در آن $LI()$ عملگر میان‌بندی خطی است.

حل معادله‌ی پواسن (رابطه ۲۵) و محاسبه‌ی فشار، شرط پیوستگی را در میدان سرعت ارضاء خواهد کرد. بر این اساس و در رابطه ۲۷، میدان سرعت میان‌ی توسط شیب فشار به میدان سرعت واقعی سیال تبدیل می‌شود:

$$u_i^{n+1} = u_i^* + \frac{\Delta t}{\rho} G_i(P^{n+1}) \quad (27)$$

بدین ترتیب میدان سرعت و فشار سیال مؤثر یا یکدیگر جفت می‌شوند و امکان محاسبه‌ی نیروها و گشتاورهای وارد بر بدنه به وجود می‌آید.

شبیه‌سازی حرکات

پس از حل معادلات ناویر-استوکس و پیوستگی برای سیال مؤثر، نیروها و گشتاورهای وارد بر بدنه طبق روابط ۲۸ و ۲۹ به دست می‌آیند:

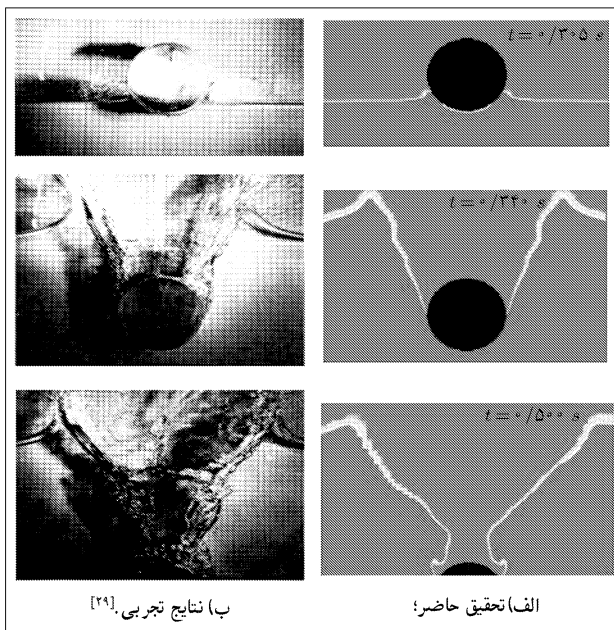
$$\vec{F} = \vec{F}_{ent} + \vec{W} + \vec{F}_{flow} = \vec{F}_{ent} + m\vec{g} + \sum_{j=1}^n (-P_j \bar{n}_j + \vec{\tau}_j) A_j \quad (28)$$

$$\vec{M}_G = \vec{M}_{G-ent} + \vec{M}_{G-flow} = \vec{M}_{G-ent} + \sum_{j=1}^n (\vec{r}_j - \vec{r}_G) \times (-P_j \bar{n}_j + \vec{\tau}_j) A_j \quad (29)$$

را ارائه داده است. نمودار شکل ۱۰ نیز نسبت بی بعد شتاب حرکت به شتاب جاذبه را در طول زمان نشان می‌دهد که در لحظه‌ی برخورد در حدود ۱۸ بوده و پس از آن به شدت کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر در لحظه‌ی برخورد می‌توان انتظار شتاب بسیار بالایی (تا ۱۸ برابر شتاب ثقل به سمت بالا) را داشت.

مقاومت هیدرودینامیکی شناور بارج

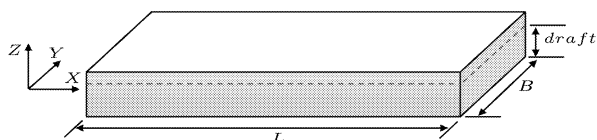
در اندازه‌گیری مقاومت شناورها با استفاده از روش‌های عددی، اغلب شناور را مقید (بدون امکان تغییر در زاویه و موقعیت شناور نسبت به سطح آب) فرض می‌کنند. حال آن‌که در هنگام حرکت، زوایای شناور نسبت به سطح آب در مقایسه با حالت سکون تغییر یافته و همین مسئله باعث وجود اختلاف در پیش‌بینی‌های انجام شده می‌شود. در این شبیه‌سازی، نخست مقاومت شناور بارج با مشخصات اشاره شده در جدول ۱ و شکل ۱۱ در آزمایشگاه دریا (دانشکده‌ی مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف) اندازه‌گیری شده است. در جریان این اندازه‌گیری، شناور در دو درجه آزادی جابه‌جایی قائم^۲ و غلتش طولی^{۲۱} آزاد بوده و در بقیه درجات آزادی مقید بوده است. شبیه‌سازی عددی توسط نرم‌افزار تهیه شده در دو حالت انجام شده



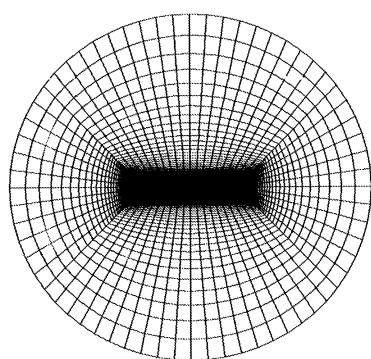
شکل ۸. تغییر شکل سطح آزاد.

جدول ۱. مشخصات شناور بارج.

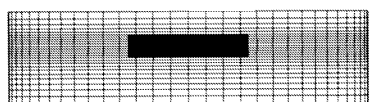
$۱۷^{\circ}۵m$	L
$۰٫۲۹m$	B
$۰٫۲۵m$	$Draft$
۱۷°	C_B
$۷٫۲۶Kg$	$Mass$
$۰٫۲Kgm^2$	I_{yy}
$۰٫۲۵m$	KG



شکل ۱۱. تعاریف هندسه‌ی شناور بارج.

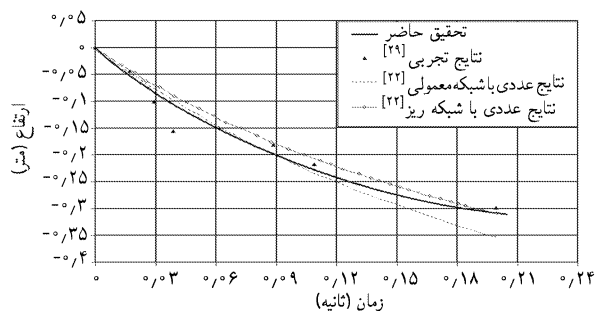


(الف) صفحه xy :

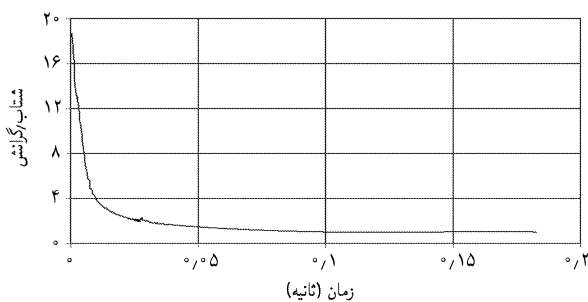


(ب) صفحه xz :

شکل ۱۲. شبکه‌ی محاسباتی حول شناور بارج.



شکل ۹. جابه‌جایی مقطع دایره‌ی درون آب.



شکل ۱۰. شتاب قائم بی بعد شده حرکت قائم مقطع دایره‌ی درون آب.

است که با نتایج تجربی^[۲۹] و عددی^[۲۲] مشابه مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، نتایج عددی به دست آمده در تحقیق حاضر در مقایسه با شبیه‌سازی عددی انجام شده به نتایج تجربی نزدیک‌ترند. بیان علت دقیق بهبود نتایج عددی تحقیق حاضر نسبت به کار مشابه انجام‌شده، با توجه به تعدد عوامل تأثیرگذار (مانند نحوه‌ی گسسته‌سازی زمانی و مکانی جملات انتگرالی، روش حل میدان سرعت و فشار، نوع شبکه‌بندی و ...) امکان‌پذیر نبوده و تنها می‌توان به این نکته اشاره کرد که انتخاب‌های انجام‌شده در تحقیق حاضر مجموعه‌ی مناسب‌تری

با آزمایش تجربی انجام شده مقایسه شده است. نتیجه تطابق مناسب این دو شکل، محاسبه‌ی مناسب مؤلفه‌ی مقاومت موج‌ساز و در نتیجه مقاومت کل توسط نرم‌افزار تهیه شده است. اگرچه با ریزنمایی بالاتر شبکه‌ی محاسباتی امکان پیش‌بینی دقیق‌تر سطح آزاد به وجود می‌آید. نتایج به‌دست آمده در جدول ۲ نمایش داده شده است. بدیهی است که عوامل دیگری مثل جریان مغشوش اطراف شناور و شبکه‌ی محاسباتی در دقت مقاومت پیش‌بینی شده تأثیرگذار هستند، اما هدف تحقیق حاضر نشان‌دادن اهمیت شبیه‌سازی حرکت شناور در محاسبه‌ی مقاومت آن بوده است. چنان که در جدول ۲ دیده می‌شود، با برداشتن محدودیت در دو درجه آزادی جابه‌جایی قائم و غلتش طولی و در نتیجه با نزدیک شدن شرایط شبیه‌سازی عددی و اندازه‌گیری آزمایشگاهی، خطای محاسباتی به حدود ۵٫۶٪ کاهش یافته است.

ذکر این نکته لازم است که خطای موجود در اندازه‌گیری آزمایشگاهی و استفاده از آن برای تأیید نتایج عددی به‌دست آمده در حد خطای حس‌گرهای محاسبه‌ی مقاومت حوضچه‌ی کشش است، که بسیار دقیق بوده و کالیبره شده‌اند. به بیان دیگر، بیشترین خطا در این نوع آزمایش‌ها (محاسبه‌ی مقاومت شناور با اندازه‌گیری مقاومت مدل آن) در مرحله‌ی استفاده از آن برای به‌دست آوردن مقاومت شناور واقعی است که با مشکلات جدی مثل تفاوت رژیم جریان (معمولاً آرام برای مدل و مغشوش برای شناور واقعی) و... همراه است. اما در شبیه‌سازی عددی حاضر، ابعاد یکسان فرض شده و بر این اساس، نتایج آزمایشگاهی برای انجام مقایسه با کم‌ترین خطا همراه‌اند.

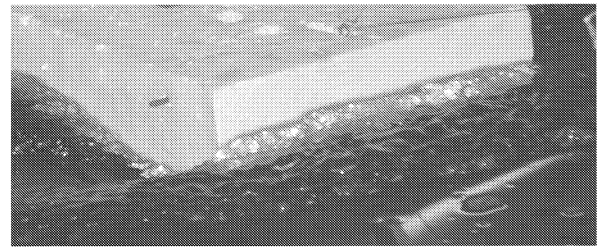
نتیجه‌گیری

مدل‌سازی حرکات هیدرودینامیکی مانند حرکت کشتی‌ها و زیردریایی‌ها، در مسائل عملی بسیار کاربرد دارند. با پیشرفت توان رایانه‌ها، دینامیک سیالات محاسباتی ابزار مناسبی برای این منظور در اختیار کاربران گذاشته است. بر این اساس، در تحقیق حاضر توزیع سرعت و فشار یک سیال مؤثر - به‌جای دو سیال آب و هوا - در اطراف جسم صلب، با استفاده از رویکرد گام جزئی در حل معادلات ناور-استوکس و پیوستگی، به‌دست آمده است.

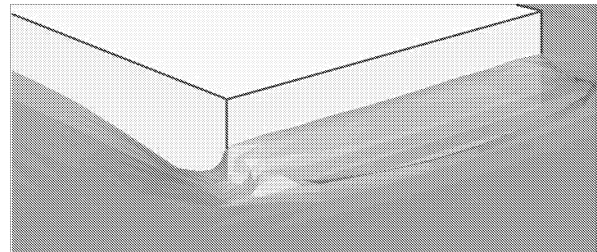
به‌علاوه با توجه به وجود تغییر شکل‌های بزرگ سطح آزاد و شکست موج، برای محاسبه‌ی مشخصات جرم حجمی و لزجت سیال مؤثر، از رویکرد حجمی با حل معادله‌ی انتقال نسبت حجمی دو فاز استفاده شده است. همچنین با انتگرال‌گیری از تنش‌های قائم و مماسی بر روی بدنه‌ی جسم، نیروها و گشتاورهای وارد بر آن محاسبه شده و در نتیجه جابه‌جایی‌های آن به دست می‌آیند. این روش با جابه‌جایی شبکه‌ی محاسباتی متصل به جسم در هر گام زمانی، تا رسیدن به زمان مورد نظر ادامه پیدا می‌کند. اگرچه در شبیه‌سازی‌های انجام شده در این تحقیق معادلات حرکت در یک و دو درجه آزادی حل شده‌اند، الگوریتم ارائه شده کلی است و توانایی مدل‌سازی حرکات‌های پیچیده را نیز دارد.

پانویس

- fractional step
- prediction-correction
- interface tracking or surface method
- interface capturing or volume method



الف) آزمایش؛



ب) شبیه‌سازی عددی.

شکل ۱۳. تغییر شکل سطح آزاد در جلوی شناور بارج.

جدول ۲. مشخصات شناور بارج.

مقاومت	مقدار (N)	خطا (%)
اندازه‌گیری آزمایشگاه	۳٫۵۳	-
محاسبه‌ی عددی در حالت مقید	۲٫۷۱	٪۲۳٫۲
محاسبه‌ی عددی در حالت دو درجه‌ی آزادی	۳٫۳۲	٪۵٫۶

است. در حالت مقید، شناور با سرعت 0.078 m/s در راستای محور X کشیده شده و اجازه‌ی هر نوع حرکت دیگری از آن گرفته شده است. در حالت آزاد که به شرایط آزمایش نزدیک‌تر است، اجازه‌ی جابه‌جایی قائم در راستای Z و غلتش طولی حول محور Y به شناور داده شده است.

شبکه‌ی محاسباتی مورد استفاده شامل 36000 حجم کنترل در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. شرط مرزی عدم لغزش بر روی بدنه‌ی شناور و شرط مرزی شیب قائم صفر برای تمامی مؤلفه‌های سرعت در باقی مرزها در نظر گرفته شده است. همچنین شرط شیب قائم صفر در تمامی مرزها برای فشار اعمال شده است. به‌منظور جلوگیری از بازتابش امواج از مرزهای اطراف به داخل دامنه‌ی محاسباتی، تضعیف مقادیر سرعت در این نواحی ضروری است. برای این منظور از نواحی میرایی^{۲۲} در مرزهای اطراف شناور استفاده شده است. همان‌گونه که در شکل ۱۱ نیز مشاهده می‌شود شناور بارج بدنه خط جریانی نداشته و بر این اساس مؤلفه‌ی مقاومت موج‌ساز آن نسبت به مقاومت اصطکاکی سهم بیشتری در مقاومت کل شناور دارد. شکل ۱۳ تغییر شکل سطح آزاد در جلوی بارج را نشان می‌دهد که

- compressive interface capturing scheme for arbitrary meshes
- sharp interface
- simple structured grid
- colocated arrangement
- checkerboard pressure
- diffusion term
- convection term

12. gamma interpolation
13. bounded
14. crank-nicholson
15. divergence theorem
16. convection boundedness criteria
17. ULTIMATE-QUICKEST
18. kim
19. zhang
20. heave motion
21. pitch motion
22. damping zone

منابع

1. Patankar, S.V. and Spalding, D.B. "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows", *Int. J. Of heat mass transfer*, **15**, p. 1787 (1972).
2. Issa, R.I. "Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting", *J. Computational Physics*, **62**(1), pp. 40-65 (1986).
3. Brown, D.L., Cortez, R., Minion, M.L. "Accurate projection methods for the incompressible Navier-Stokes equations", *J. of Computational Physics*, **168**, pp. 464-499 (2001).
4. Jahanbakhsh, E., Panahi, R., and Seif, M.S. "Free-Surface flow simulation using fractional step method", *Modarres Journal*, (2007).
5. Ferziger, J.H. and Peric, M. "Computational methods for fluid dynamics", 3rd Ed., Springer, (2002).
6. Panahi, R., Jahanbakhsh, E. and Seif, M.S. "Effect of interpolation in interface capturing methods", 8th Numerical Towing Tank Symposium (NuTTs), Varna, (2-4 October, 2005).
7. Ubbink, O. and Issa, R.I. "A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes", *J. of Comput. Phys.*, **153**, pp. 26-50 (1999).
8. Chen, G. and Kharif, C. "Two-Dimensional Navier-Stokes Simulation of Breaking Waves", *Phys. of Fluids*, **11** (1), pp. 121-133 (1999).
9. Biauxser, B., Fraunie, P., Grilli, S. and Marcer, R. "Numerical analysis of the internal kinematics and dynamics of three-dimensional breaking waves on slopes", *Int. J. of Offshore and Polar Eng.*, **14**(4), (2004).
10. Fekken, G., Veldman, A.E.P. and Buchner, B. "Simulation of Green Water Loading Using the Navier-Stokes Equations", *Proceeding of the 7th Int. Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, Nantes, France, (1999).
11. Huijsmans, R.H.M., Van Grosen, E. "Coupling Freak Wave Effects with Green Water Simulations", *Proceeding of the 14th ISOPE, Toulon, France*, (May 23-28, 2004).
12. Loots, E., Buchner, B., Pastoor, W. and Tveitnes, T. "The numerical solution of LNG sloshing with an improved Volume-of-Fluid method", *In Proceeding of 23rd Int. Conference on Offshore Mech. And Arctic Eng. (OMAE2004-51085)*, Vancouver, (2004).
13. Yang, C., Lohner, R. and Yim, S.C. "Development of a CFD simulation method for extreme wave and structure interactions", *In Proceeding of 24th Int. Conference on Offshore Mech. and Arctic Eng. (OMAE2005)*, Halkidiki, Greece, (June 12-17, 2005).
14. Bertram, V. "Practical ship hydrodynamics", Butterworth-Heinemann, Oxford, (2000).
15. Miyata H., Sato T. and Babo N. "Difference solution of a viscous flow with free-surface wave about an advancing ship", *J. Comput. Phys.*, **72**, pp.393-421 (1987).
16. Hochbaum, C. "A finite volume method for turbulent ship flows", *Ship Technology Research Schiffstechnik*, Hamburg, Germany, (1994).
17. Alessandrini B. and Delhommeau G. "Simulation of three-dimensional unsteady viscous free surface flow around a ship model", *Int. J. of Numerical Math. Fluids*, **19**, pp. 321-342 (1994).
18. Kinoshita, T., Kagemoto, H. and Fujino, M. "A CFD application to wave-induced floating-body dynamics", 7th Int. Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Nantes, France, (1999).
19. Miyake R., Kinoshita T. and Kagemoto H. "Ship Motions and loads in large waves", 23rd ONR Symp. On Naval Hydrodynamics, Val de Reuil, France, (2000).
20. Azcueta R. "Computation of turbulent free surface flow around ships and floating bodies", PhD Thesis, Technische Universität Hamburg-Harburg, (2001).
21. Vogt, M. and Hochbaum C. "Numerical simulation of ship motions in head waves with a RANSE method", HSWA Report 1649, Hamburg, Germany, (2002).
22. Xing-Kaeding, Y. "Unified approach to ship seakeeping and maneuvering by a RANSE method", PhD Thesis, Technische Universität Hamburg-Harburg, (2004).
23. Panahi, R., Jahanbakhsh, E. and Seif, M.S. "Computational fluid dynamics and numerical simulation of vessels hydrodynamics past, present and future", 7th Marine industries Conference, Iran (2005).
24. White, F.M. "Fluid mechanics", Mc Graw-Hill, 4th Ed., (2001).
25. Jasak, H. "Error analysis and estimation for finite volume method with application to fluid flows", PhD Thesis, University of London, (1996).
26. Panahi, R.; Jahanbakhsh, E.; and Seif, M.S. "Comparison of interface capturing methods in two phase flow", *Iranian Journal of Science & Technology, Transaction B: Technology*, **29** (B6), (2005).
27. Kim, D. and Choi, H. "A second-order time-accurate finite volume method for unsteady incompressible flow with hybrid unstructured grids", *J. of computational physics*, **162**, pp. 411-428 (2000).
28. Zang, Y., Street, R.L. and Koseff, J.R. "A non-staggered fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear Coordinate", *J. of computational physics*, **114**, pp. 18-33 (1994).
29. Greenhow, M. and Lin, W. "Nonlinear free surface effects: experiments and theory", *Report (83-19)*, Massachusetts Institute of Technology (1983).